සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2024
General Certificate of Education (Adv. Level)Examination, 2024

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Mathematics I	දෙවන වාර පරීක්ෂණය Second Term Test	10 S I
පැය තුනයි මිනිත්තු දහයයි Three hours and ten minutes	13 ශ්‍රේණිය Grade 13	

විභාග අංකය							

නම :- ..... පන්තිය : .....

උපදෙස් :
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
- **A** කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A** කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- **B** කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සොයා සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය **B** කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංකය

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂණ	
පරීක්ෂා කළේ 1.	
2.	
අධීක්ෂණය කළේ	

A කොටස

★ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

(1) සියළුම $n \in Z^+$ සඳහා $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සාධනය කරන්න. මෙහි $i = \sqrt{-1}$ වෙයි.

(2) $f(x) = 2x + 4$ යයි ගනිමු. $x \in R$ $f|x+1|$ සහ $f|2x-1|$ යන ශ්‍රිතවල ප්‍රස්ථාර එකම අක්ෂ පද්ධතියක අඳින්න. එනයින් $|x+2| \geq 2|x-1|$ වන x හි අගය කුලකය ලියා දක්වන්න.

(3) $Z \in C$ නම් $Z.\overline{Z} = |Z|^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\overline{Z}$ යනු Z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය වෙයි.

එනයින් $|Z + 1|^2 - |Z - 1|^2 = 2$ නම් $Z + \overline{Z} = 1$ බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථාවේ Z හි පථය ආගන්ඩ් තලයක ඇඳ දක්වන්න. එම ආගන්ඩ් තලය තුලම $|Z - 1| = 1$ වන පරිදි චලනය වන Z හි පථයද ඇඳ දක්වන්න.

(4) a සහ b යනු $a = 4b$ වන පරිදි පවතින තාත්වික ධන නියත වෙයි. $\left(ax^2 + \frac{1}{bx}\right)^{10}$ යන ප්‍රසාරණයෙහි x^2 සහ x^8 හි සංගුණක සමාන වෙයි නම් a සහ b අගයන් සොයන්න.

(5) $\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^4+x^5+x^6}-x^2\right)}{(\tan kx-\sin kx)}=8$ ක් වන K හි අගය සොයන්න. $K\in R$

(6) $0\le x\le 2\pi$ ප්‍රාන්තරය තුළ $y=\sin x$ වක්‍රය සහ x අක්ෂය අතර පිහිටි චර්ගඵලය 0 සිට 2π දක්වා වූ සම්පූර්ණ වෘත්තය සැලකීමෙන් සොයන්න. එම වර්ග කොටස x අක්ෂය වටා ඒකාකෘතික ඝනකාරයක් නළ විට ජනනය වන සහ වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

Past Papers Wiki

(7) $x = \sin^{-1}(t)$ සහ $y = \sqrt{1-t^2}$ සමීකරණ මගින් වක්‍රයක් පරාමිතිකව නිරූපණය කරනු ලබයි. මෙහි $t \in R$ මෙම වක්‍රය අර්ථ දැක්වෙන t හි අගයන් සොයන්න. මෙම වක්‍රය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක අනුක්‍රමණය t ඇසුරින් සොයන්න. $t = -\frac{1}{2}$ වන විට වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $6x - 12y + 6\sqrt{3} + \pi = 0$ බව පෙන්වන්න. t හි සියළුම අගයන් සඳහා වක්‍රය යටි අවතල බව පෙන්වන්න.

(8) $4x + 3y + 10 = 0$ රේඛාවට ලම්බකව A (3, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක $(4t + 3, 3t + 1)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. මෙම ලම්බක රේඛා දෙක B හිදී ඡේදනය වෙයි නම් B ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප t හි අගය සොයන්න. $2AB = BC$ වන පරිදි AB මත පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප t හි අගය සොයන්න.

(9) $S \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

$l \equiv x + y + 1 = 0$ යයි ගනිමු. මෙම වෘත්තය සහ රේඛාව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. එම ජ්‍යාය කොටසේ මධ්‍ය ලක්ෂයේ බණ්ඩාංක $(-1, 0)$ බව පෙන්වන්න.

(10) $\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} x$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 2)$ සමීකරණයට ගැලපෙන x හි අගයන් සොයන්න.

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2024
General Certificate of Education (Adv. Level)Examination, 2024

සංයුක්ත ගණිතය I Combined Mathematics I	දෙවන වාර පරීක්ෂණය Second Term Test	10 S I

13 ශ්‍රේණිය
Grade 13

B කොටස

★ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) ප්‍රථම මූලධර්ම උපයෝගී කර ගනිමින්,

i) $px^2 + qx + r = 0;\ p \neq 0, (p, q, r) \in R$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල $\frac{q \pm \sqrt{\Delta}}{-2p}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\Delta = q^2 - 4pr$ වේ. ඉහත මූල λ හා μ නම්, $\lambda = \mu$ වන විට, $\Delta = 0$ වන බව පෙන්වන්න.

ii) $f(x) \equiv (a - b)x^3 + (a - c)x^2 + (b - a)x + (c - a);\quad a \neq b, (a, b, c) \in R$ වන පරිදි වූ f ඝනජ ශ්‍රිතය සලකමු. (-1, 0) ලක්ෂ්‍යය $y = f(x)$ වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. දැන් $abc \neq 0$ $(a, b, c) \in Q$ යැයි ගනිමු. Q යනු පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයයි. $f(x) = 0$ ඝනජ සමීකරණයට තාත්වික පරිමේය මූල පවතින බව පෙන්වන්න.

iii) තව දුරටත්, $f(x) = 0$ ට -1 හැර වෙනත් සමාන මූල යුගලයක් පවතී නම්, $\frac{1}{ab}, \frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}$ සමාන්තර ශ්‍රේණිය අනුයාත පද බව පෙන්වා, $f(x) = (x + 1)g(x)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $g(x)$ යන්න a, b, c ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයකි. $g(1) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$|\alpha| + |\beta| + |\gamma| = 3$ බව අපෝහනය කරන්න.

මෙහි α, β හා γ යනු $f(x) = 0$ හි මූල වේ.

b) i) $F(x)$ යනු මාත්‍රය 3 ක් වූ x හි බහු පද ශ්‍රිතයක් යයි ගනිමු. $F(x)$ යන්න, $x^2 - 3x + 2$ සහ $x^2 - 5x + 6$ මගින් වෙන වෙනම බෙදූ විට ශේෂය $2x + 3$ බව දී ඇත. තවද $F(x)$ යන්න $(x - 4)$ න් බෙදූවිට ශේෂය 5 ක් වෙයි. $F(x)$ ශ්‍රිතය සොයන්න.

ii) $\frac{3}{F'.(x+1)}$ යන්න භින්න භාගවලින් ලියා දක්වන්න. මෙහි $F'(x)$ යන්න $F(x)$ හි x විෂයෙන් පළමු ව්‍යුත්පන්නයයි.

12) a) පාසලක පුස්තකාල රාක්කයක එකිනෙකට වෙනස් සංයුක්ත ගණිතය පොත් 4ක්, රසායන විද්‍යාව පොත් 2 ක් සහ භෞතික විද්‍යාව පොත් 2 ක් ඇත.

i) මෙම පොත් සියල්ලම ගෙන සමාන විෂයන් එක ළඟ පිහිටන පරිදි පොත් රාක්කයක ඇසිරිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

ii) මෙම පොත්වල විෂය නොසලකා හරිමින් එම පොත් 8 පොත් කට්ටල හතරකට බෙදීමට ශිෂ්‍යයෙකුට අවශ්‍ය වෙයි. එක් එක් පොත් කට්ටල වල තරම එක සමාන වීම අවශ්‍යම නොවන අතර එක් කට්ටලයක් එක් පොතකින් වුවද සමන්විත විය හැකිය. මෙම ආකාරයට පොත් කට්ටල වෙන්කල හැකි ප්‍රභින්න අවස්ථා 5 ක් ඇති බව පෙන්වා එම පොත් කට්ටල හතර සෑදිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

b) i) සියළු $x \in R$ සඳහා $4x^2 + 12x - 1 \equiv Ax(2x+5) - (Bx+C)(2x+1)$ වන පරිදි A, B, C නිඛිල වල අගය සොයන්න.

ii) $\frac{15}{3.5.7}\left(\frac{1}{9}\right) + \frac{39}{5.7.9}\left(\frac{1}{27}\right) + \frac{71}{7.9.11}\left(\frac{1}{81}\right) + \ldots$. ශ්‍රේණියේ r වන පදය වන U_r ලියා දක්වන්න. $r \in Z^+$

නවද $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි f(r) ලියා දක්වා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{45} - \frac{(n+1)}{3^{n+1}.(2n+3)(2n+5)}$ බව පෙන්වන්න.

iii) $\sum_{r=1}^{\infty} Ur$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා $\sum_{r=1}^{\infty} Ur$ එකතුව සොයන්න.

තවදුරටත් $\sum_{r=1}^{\infty} Ur = \frac{2}{315}$ වන පරිදි k නිඛිලය අපෝහණය කරන්න.

13) a) i) Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන විට $|Z|$ සහ Z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය වන $\overline{Z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$Z + \overline{Z} = 2\,Re(Z)$ බව පෙන්වන්න.

$|Z - Z_1|^2 = |Z|^2 + |Z_1|^2 - 2\,Re(Z\,\overline{Z}_1)$ බව සාධනය කරන්න. Z_1 යනු දී ඇති නිශ්චිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවකි.

ii) $Z^2 + Z + 1 = 0$ යන සමීකරණයේ සංකීර්ණ මූල දෙක Z_1 සහ Z_2 නම් එම Z_1 සහ Z_2 $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ වන අතර $-\pi < \theta \leq \pi$ වෙයි.

$|Z - Z_1|^2 + |Z - Z_2|^2 = 4$ වන පරිදි Z විචලනය වෙයි නම් $|Z|^2 + Re(Z) = 1$ බව පෙන්වන්න.

$Z = x + iy$ ලෙස ගෙන Z හි පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න.

iii) ඉහත වෘත්තය මත පිහිටි Z_0 හි $\arg(Z_0) = \frac{5\pi}{6}$ නම් $|Z_0|$ සොයන්න.

b) i) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ද $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. AB සහ BA න්‍යාස ගුණිතය සොයන්න.

$AB \neq BA$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

ii) තව දුරටත් $A^2 - \lambda A + \mu I = 0$ වන පරිදි λ සහ μ හි අගයන් සොයන්න. $\lambda, \mu \in R$ වෙයි. එනයින් A^{-1} ආපෝහණය කරන්න. මෙහි I යනු 2 x 2 ඒකක න්‍යාසය වන අතර O යනු 2 x 2 ශූන්‍ය න්‍යාසයයි.

iii) ඉහත ප්‍රතිඵලය නැවත නැවත යෙදීමෙන් $A^4 = 40\ A - 39I$ බව පෙන්වා A^4 න්‍යාසය සොයන්න.

iv) $2x - y = 4$

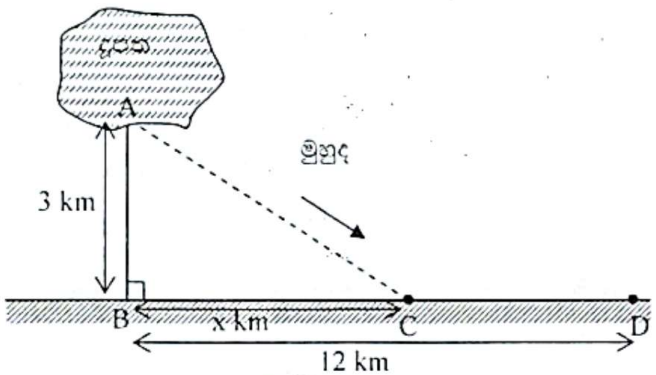
$-x + 2y = 1$ සමීකරණ යුගලය න්‍යාස වල ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න. A^{-1} භාවිතයෙන් සමීකරණ යුගලය විසඳන්න.

14) a) i) $x \in R - \{1, k\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x}{(x-1)(x-k)}$ යැයි ගනිමු. මෙම f(x) ශ්‍රිතයට තිරස් සහ සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ ඇති බව නඳුනාගෙන ඒවායේ සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවද මෙහි $\dfrac{df(x)}{dx}$ සොයා f(x) ශ්‍රිතයට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය පැවතීමට $k > 0$ වන තාත්ත්වික නියතයක් විය යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) $k = 4$ ලෙස ගෙන f(x) ශ්‍රිතය වැඩි වන සහ අඩුවන x හි ප්‍රාන්තර ලියා දක්වන්න. මෙම ශ්‍රිතයේ උපරිම සහ අවම ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ සහ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x) + f(0)$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.

iii) $k = 0$ ලෙස ගෙන $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය ටෙනම් අක්ෂ පද්ධතියක ඇඳ දක්වා සම්පූර්ණ වසම තුළ වක්‍රයේ අවතලනාවය සඳහන් කරන්න.

b)



වෙරළබඩ තිරය

කැස්බෑවන් බහුලව ගැවසෙන වෙරළබඩ තිරයකදී කල අධ්‍යයනයකදී ලබා ගත් තොරතුරු ඇසුරින් ඉදිරිපත් කල ව්‍යාපෘතියක තොරතුරු මෙහි දැක්වේ. A යනු කැස්බෑවන් බහුලව ඊටත් වන මුහුදේ පිහිටි දූපතකි. B සහ D යනු මුහුදු වෙරළ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකකි. BD = 12 km ද AB = 3 km ද වෙයි. C යනු මුහුදෙන් පිහිනා පැමිණෙන කැස්බෑවන් වෙරළට ගොඩබසින ස්ථානයකි. මුහුදේදී $4 kmh^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් පිහිනන කැස්බෑවකු වෙරළේදී $6\ kmh^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. කැස්බෑවකු හට A සිට C හරහා D දක්වා පැමිණීමට ගතවන මුළු කාලය අවම වෙයි නම් ඔවුන් හට සිදුවන අනතුරු ද අවම වන බව නිරීක්ෂණය කර ඇත. C ලක්ෂ්‍යය B සිට x දුරකින් ($x > 0$) පිහිටා ඇතැයි සලකා A සිට පිහිනා එන කැස්බෑවෙකු හට C හරහා D දක්වා ගන්නා මුළු කාලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

මෙම මුළු කාලය අවම වන x හි අගය $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$ km වන බව පෙන්වන්න.

15) a) i) $A(x^2+1)+(Bx+C)(x-1)\equiv 1$ එන පරිදි පවතින A, B, C තාත්වික නියත වල අගයන් සොයා,

එනයින් $\dfrac{1}{(x-1)(x^2+1)}$ හි හින්න භාග ලියා දක්වන්න.

$\int \dfrac{1}{(x-1)(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

ii) $\dfrac{1}{(x-1)^2(x^2+1)^2}=\dfrac{1}{-2(x-1)}+\dfrac{1}{4(x-1)^2}+\dfrac{1}{4(x^2+1)}+\dfrac{x}{2(x^2+1)}+\dfrac{2x}{2(x^2+1)^2}$ බව සාධනය කරන්න.

K යනු 2 ට වඩා විශාල තාත්වික නියතයක් නම් $\int_2^k \dfrac{1}{(x-1)^2(x^2+1)^2}\,dx$ අගයන්න.

$\lim\limits_{k\to\infty}\int_2^k \dfrac{dx}{(x-1)^2(x^2+1)^2}=\dfrac{5\pi+12}{40}-\dfrac{1}{4}[ln5+\tan^{-1}(2)]$ බව ආපෝහණය කරන්න.

b) $I=\int_0^{1/\sqrt{2}} \dfrac{\sin^{-1}x}{(1-x^2)^{3/2}}dx$ සහ $J=\int_0^1 \tan^{-1}x\,dx$ ද නම් $x=\sin\theta$ ආදේශය ඇසුරින් $I=\int_0^{\pi/4}\theta\sec^2\theta d\theta$ බව පෙන්වන්න.

මෙම අනුකලය සඳහා සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $I=J$ බව පෙන්වන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $I=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}ln_2$ බව පෙන්වන්න.

c) සුදුසු ලෙස සකස් කිරීමෙන් $\int_0^1 \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}dx=\dfrac{\pi}{2}-1$ බව සාධනය කරන්න. ඉහත අනුකලනය ඇසුරින්

$\int_0^1 \sqrt{\dfrac{x^2-x^4}{1+x^2}}\,dx$ හි අගය ආපෝහණය කරන්න.

16) i) $P_1(x_1, y_1)$ සහ $P_2(x_2, y_2)$ යයි ගනිමු. P_1 සහ P_2 යනු Oxy බණ්ඩාංක තලයේ පිහිටි ප්‍රභින්න ලක්ෂ දෙකකි. එම ලක්ෂ අතර දුර සඳහා ප්‍රකාශනයක් P_1 සහ P_2 බණ්ඩාංක ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

ii) $S_1\equiv x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ $S_2=x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ යනු එකිනෙකට ඡේදනය වෘත්ත දෙකකි. එම වෘත්ත ප්‍රලම්භව ඡේදනය වෙයි නම් $2g_1g_2+2f_1f_2=c_1+c_2$ බව පෙන්වන්න.

iii) $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 6x + 12y - 19 = 0$ යනු කේන්ද්‍රය O ද අරය r ද වන වෘත්තයකි. $S_1 = 0$ වෘත්තයට P බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට අඳින ලද ස්පර්ශක PA සහ PB ද $A\hat{P}B = \alpha$ ද වෙයි. O හි බණ්ඩාංක සහ r හි අගය සොයන්න. AB ජ්‍යාය C හිදී OP රේඛාව ඡේදනය කරයි. OP = 8 cosec $\frac{\alpha}{2}$ බව ද PC = 8 $(\text{cosec}\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2})$ බව පෙන්වන්න. G යනු ABP ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය නම් α නියතව පවතින පරිදි P ලක්ෂ්‍යය විචලනය වන විට G හි පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වා එහි සමීකරණය

$x^2 + y^2 + 6x + 12y + 45 = \frac{64}{9}(2\sin\frac{\alpha}{2} + \text{cosec}\frac{\alpha}{2})^2$ බව සාධනය කරන්න. $\alpha = \frac{\pi}{3}$ වන විට ලැබෙන වෘත්තය $S_1 = 0$ බව අපෝහණය කරන්න.

iv) $P_1(2, \beta)$ $P_2(-1, 0)$ නම් P_1P_2 රේඛා ඛණ්ඩයේ විශ්කම්භය වශයෙන් ඇති $S_2 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය β ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. මෙම $S_2 = 0$ වෘත්තය සහ $S_1 = 0$ වෘත්තට ප්‍රලම්භය ඡේදනය කරන β හි අගය සොයන්න. $\beta = 3$ වන විට $S_2 = 0$ වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. $P_3(\lambda, -2)$ නම් $S_2 = 0$ වෘත්තයට P_3 ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳින ලද ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය λ ඇසුරින් ලියා දක්වන්න. λ හි ඕනෑම තාත්වික අගයක් සඳහා මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යාය පවතින බව පෙන්වන්න.

v) ඉහත ස්පර්ශ ජ්‍යාය සියලු තාත්වික λ සඳහා අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වා එම අචල ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

17) a) i) $\sin(A + B)$ සහ $\cos(A + B)$ ප්‍රසාරණ සඳහා සුපුරුදු ප්‍රකාශනයන් ලියා දක්වන්න. එම ප්‍රකාශන ඇසුරින් $\sin 2\theta = 2\sin\theta.\cos\theta$ බවද $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ බවද සාධනය කරන්න.

ii) $\theta = \frac{\pi}{10}$ යයි ගනිමු. එවිට $\sin 2\theta = \cos 3\theta$ බව පෙන්වන්න. $\sin\frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වා $\cos\frac{\pi}{5}$ හි අගය ලබා ගන්න. $\sin\frac{3\pi}{10} = \cos\frac{\pi}{5}$ බව පෙන්වන්න.

iii) $K = \tan\frac{\pi}{20} - \tan\frac{3\pi}{20} - \cot\frac{3\pi}{20} + \cot\frac{\pi}{20}$ නම් k නිඛිලයක් බව පෙන්වන්න. එහි අගය සොයන්න.

b) $f(x) = \sum_{r=1}^{3}(\cos rx - \sin rx)$ යයි ගනිමු. $f(x) = (2\cos x + 1)(\cos 2x - \sin 2x)$ බව පෙන්වන්න.

$g(x) = \frac{\sqrt{2}f(x)}{(2\cos x + 1)}$ යැයි ගැනීමෙන් $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ වසම තුල $y = g(x)$ හි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. $f(x) = 0$ වන x හි අගයන් දෙකක් ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

c) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය සාධනය කරන්න.

$\frac{1+\cos(B-C)}{2(b+c)^2} + \frac{1-\cos(B-C)}{2(b-c)^2} = \frac{1}{a^2}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි B, C සහ a, b, c සඳහා සුපුරුදු අර්ථ ඇත.

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2024
General Certificate of Education (Adv. Level)Examination, 2024

සංයුක්ත ගණිතය II Combined Mathematics II	දෙවන වාර පරීක්ෂණය Second Term Test	10 S II
පැය තුනයි මිනිත්තු දහයයි Three hours and ten minutes	13 ශ්‍රේණිය Grade 13	

විභාග අංකය							

නම :- ..... පන්තිය : .....

උපදෙස් :
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
- A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- A කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- B කොටස
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සොයා සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංකය

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂණ	
පරීක්ෂා කළේ 1.	
2.	
අධීක්ෂණය කළේ	

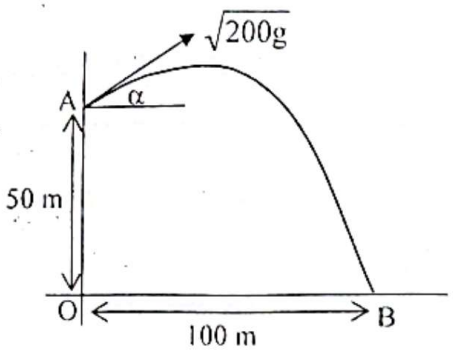
A කොටස

★ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

(1) ස්කන්ධය පිළිවෙලින් m සහ 3m බැගින් වන P සහ Q කුඩා පබළු දෙකක් සුමට තිරස්ව සවිකර ඇති අරය r වන වෘත්තාකාර සිහින් බටයක වලනය වෙයි. පබළු අතර ප්‍රත්‍යස්ථ සංගුණකය $\frac{2}{5}$ කි. Q නිසලව ඇති විට P පබළුව u වේගයෙන් වලනය වෙමින් Q සමග ගැටෙයි. පළමු ගැටුමෙන් පසුව P සහ Q හි ප්‍රවේග සොයන්න. පළමු ගැටුමේ සිට දෙවන ගැටුම දක්වා ගතවන කාලය $\frac{5\pi r}{u}$ බව පෙන්වන්න. දෙවන ගැටුම සිදුවන විට, පළමු ගැටුම් ලක්ෂ්‍යයේ සිට P ගමන් කළ චාප දුර $\frac{\pi r}{4}$ බව පෙන්වන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(2) පොළව මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයකට 50 m ක් ඉහළින් පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α කෝණයකින් ආනතව $\sqrt{200g}\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් P වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. එම P වස්තුව O ලක්ෂ්‍යයට තිරස්ව 100 m ක් දුරින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේදී පොළවේ වදියි නම් $\tan^2\alpha - 4\tan\alpha - 1 = 0$ බව පෙන්වන්න. B ලක්ෂ්‍යයට P වස්තුව ප්‍රක්ෂේපණය කළ හැකි දිශා දෙකක් පවතින බව පෙන්වා එම දිශා දෙක එකිනෙකට ලම්බකව පිහිටන බව පෙන්වන්න.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(3) OACB සමාන්තරාස්‍රයේ OC විකර්ණය මත 1 : 3 අනුපාතයට D ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද නම් $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b})$ බව පෙන්වන්න. OD සහ BD එකිනෙකට ලම්බක වෙයි නම් $|\underline{a}|^2 - 3|\underline{b}|^2 = 2(\underline{a}.\underline{b})$ බව පෙන්වන්න. $|\underline{a}| = 2, |\underline{b}| = 1$ නම් AOB කෝණය $\frac{\pi}{3}$ ට වඩා විශාල වන බව පෙන්වන්න.

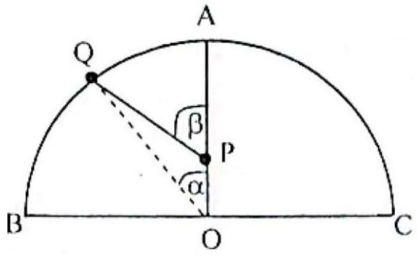
(4) ස්වාභාවික දිග l ද මාපාංකය $\frac{mg}{2}$ ද වන තනය තන්තුවකට ගැටගසන ලද ස්කන්ධය m වන P වස්තුවක් සුමට ආනත තලයක් මත නිසලව පවතියි. තන්තුවේ අනෙක් කෙලවර තිරසට 30° ක් ආනත තලය මත වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. සමතුලිත අවස්ථාවේදී තන්තුවේ විතතිය l බව පෙන්වන්න. මෙම වස්තුව O සිට නිදහසේ මුදා හැරිය විට තන්තුවේ විතතිය $\frac{l}{2}$ වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

(5) 3000 kg ස්කන්ධය ඇති රථයක් මගින් 1000 kg ස්කන්ධය ඇති රථයක් ආනත පාරක ඉහළට ඇදගෙන යයි. පාරේ තිරසට ආනතිය $\sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ වෙයි. මෙම චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය 5000 N වේ. ඇදීම සිදු කරන රථයේ ජව ප්‍රතිදානය 200 kw වේ. පද්ධතියේ වේගය V kmh^{-1} වන මොහොතේ V kmh^{-1} වේගය ඇසුරින් පද්ධතිය චලනය වන ත්වරණය සොයන්න. මෙම පද්ධතියට 80 kmh^{-1} වේගය ඉක්මවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න. $g = 10\ ms^{-2}$ ලෙස ගන්න.

(6) අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන $\underline{F_1}$ සහ $\underline{F_2}$ බල දෙකක් පිළිවෙලින් $4\underline{i} + 3\underline{j}$ සහ $-3\underline{i} - 4\underline{j}$ දෙඝික ඵලට සමාන්තරව පවතියි. බල දෙකෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය 7 N ද එහි දිශාව $\underline{i}$ දෙඝිකය දිශාවට ද පවතී. $\underline{F_1}$ සහ $\underline{F_2}$ බල දෙක සොයන්න. මෙහි $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ යනු සුපුරුදු ඒකක දෙඝික වෙයි.

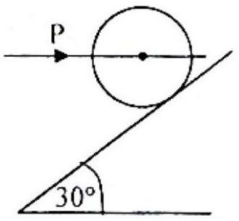
(7) කේන්ද්‍රය o සහ අරය a වන සුමට අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් සිරස් තලයක අචලව සවිකර ඇත. OA යනු සුමට සිරස් කම්බියකි. බර w_1 වන P නම් මුදුවක් OA සිරස් කම්බිය තුල පවතියි. බර w_2 වන Q නම් මුදුවක් වෘත්තාකාර කම්බි රාමුව තුල පවතියි. මෙම මුදු දෙක දිග l වන ($l < a$) අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් රූපයේ ආකාරයට ඇඳා ඇත. මුදු දෙක සමතුලිත විට $Q\hat{O}P = \alpha$ ද $Q\hat{P}A = \beta$ වෙයි. එක් එක් මුදුව මත ක්‍රියාකරන බල දක්වන්න.

$\tan\alpha = \dfrac{w_1}{(w_1 + w_2)}\tan\beta$ බව පෙන්වන්න.



(8) බර W වන ඒකාකාර සන ගෝලයක් තිරසට 30° ක් ආනත රළු ආනත තලයක් මත සමතුලිතව පවතියි. සමතුලිතතාවය පවත්වා ගනුයේ ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි. ගෝලය මත ක්‍රියාත්මක වන සියළුම බල ඇඳ දක්වන්න. ඝර්ෂණ බලය සහ අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව W සහ P ඇසුරින් සොයන්න. තලය සහ ගෝලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ නම් ගෝලය සමතුලිත වීමට

$\dfrac{\sqrt{3}W}{7} \le P \le \dfrac{3\sqrt{3}W}{5}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



(9) A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකකි. $P(A \cap B') = \frac{3}{25}$ ද $P(B \cap A') = \frac{8}{25}$ ද වෙයි. මෙහි A' සහ B' යනු පිළිවෙලින් A සහ B අනුපූරක සිද්ධි වේ. මෙහි P (A) සඳහා ගත හැකි අගයන් දෙකක් පවතින බව පෙන්වා එහි එක් අගයක් $\frac{1}{5}$ නම් අනෙක් අගය සොයන්න.

(10) දත්තයන් 20 ක මධ්‍යයනය සහ සම්මත අපගමනය 15 සහ 10 ලෙස ගණනය කර තිබුණි. පසුව කල සොයා බැලීමකදී එක් දත්තයක් මග හැරී ඇති බවත් එහි අගය 36 බවත් දැන ගන්නා ලදි. එම දත්තයද ඇතුලත් කළ විට දත්ත 21 හිම නිවැරදි මධ්‍යයනය සොයන්න. නිවැරදි විචලනාංකය $\frac{2420}{21}$ බවත් පෙන්වන්න.

B කොටස

★ ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සපයන්න.

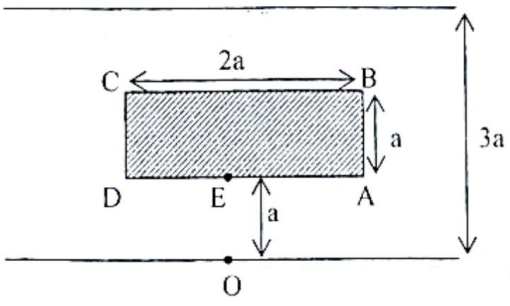
11) a) i) $t = 0$ කාලයේදී P වස්තුවක් පොළව මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ සිරස්ව ඉහළට $\sqrt{8ga}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. $t = \sqrt{\frac{2a}{g}}$ කාලයක් ගත වූ විට මෙම වස්තුවේ අභ්‍යන්තර පිපිරීමක් නිසා අවකාශයේ B ලක්ෂ්‍යයකදී P_1 සහ P_2 නම් සමාන කැබලි දෙකකට පිපිරී යයි. P_1 හි ප්‍රවේගය සිරස්ව පහළට $\sqrt{2ga}$ බව නිරීක්ෂණය විය. P_2 හි ප්‍රවේගය සිරස්ව ඉහළට පවතින බව පෙන්වා එහි අගය සොයන්න. තවද පිපිරීම සිදුවන B ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති උස සොයන්න.

ii) P_2 ලගා වන උපරිම ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති උස සහ එම උසට $t = 0$ හි සිට ගතවූ මුළු කාලයද සොයන්න.

iii) P_1 කොටස පොළවට ලගාවන ප්‍රවේගය සහ ඒ සඳහා ගතවන කාලයද සොයන්න. P_2 උපරිම උසට ළඟාවීමට පෙර P_1 පොළොවට ලගාවන බව පෙන්වන්න.

iv) මෙම ඵලිතයෙහි සියළු විස්තර දක්වමින් $t = 4\sqrt{\frac{2a}{g}}$ කාලය දක්වා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම අක්ෂ පද්ධතියක ඇඳ දක්වන්න.

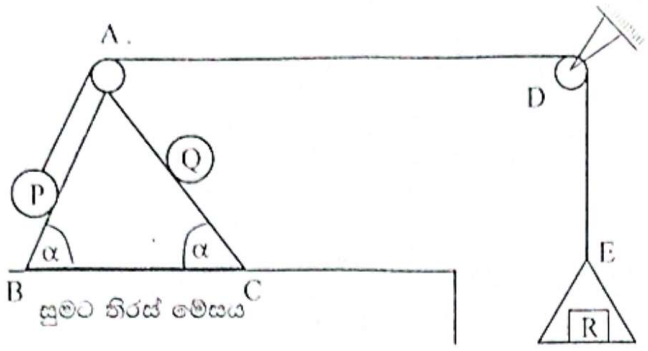
b) සෘජු ඉවුරු සහිත පළල 3a වූ ගංගාවක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසියි. ABCD සෘජුකෝණාස්‍රය ගඟෙහි පිහිටි විශේෂිත ආරක්ෂක කලාපයකි. AB = OE = AE = a ද BC = 2a ද වෙයි. නිශ්චල ජලයේ 2u ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කළ හැකි මුර සංචාරක බෝට්ටුවක් ගං ඉවුරේ පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටි මුර කුටියක සිට ගමන් අරඹයි. මෙම මුර සංචාරක බෝට්ටුව $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ ඔස්සේ ගමන් කර නැවත A ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙයි.



i) මෙම ගමන් වාර සඳහා එකම සටහනක ප්‍රවේග සටහන් ඇඳ දක්වන්න. A සිට B දක්වා ගමනේදී බෝට්ටුව යොමුකර පදවන දිශාව ඉවුරේ දිශාව සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

ii) මෙම චාරිකාවට ගතවන මුළු කාලය $\frac{a}{3u}(7+\sqrt{7}+\sqrt{12})$ බව පෙන්වන්න.

12) a)



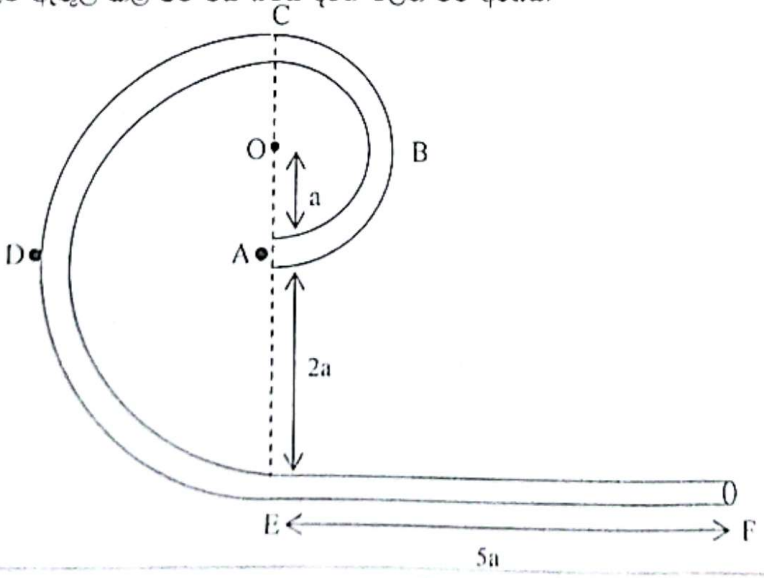
සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය 3m වූ කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රය හරහා වූ සිරස්කඩක් ABC මගින් දැක්වෙයි. $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$ වෙයි. ස්කන්ධය m වූ p අංගුවක් අවිතනය තන්තුවකට ඇඳා එම තන්තුව A සහ D හිදි අචලව සවිකර ඇති කප්පි තුලින් යවා E කෙලවරදී ස්කන්ධය 2m වූ තරාදි තැටියකට ඇඳා ඇත. තරාදි තැටිය තුල ස්කන්දය m වූ R වස්තුවක් නිසලව පවතියි. ස්කන්ධය m වූ වෙනත් Q අංගුවක් AC මුහුණත මත තබා ඇත. පද්ධතිය මෙම ආකාරයට සකසා සිරුවෙන් මුදා හැරිය විට P සහ Q අංගු AB, AC උපරිම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ චලනය වෙයි.

i) කුඤ්ඤයේ, තරාදි තැටියේ සහ P, Q අංගුවල පොළවට සාපේක්ෂ ත්වරණයන් ලියා දක්වන්න. මෙම ත්වරණයන් සහ තන්තුවේ ආතතිය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් වලින සමීකරණ හතරක් නිවිටන් නියමය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

ii) මෙම වලිනය පවතින අතරතුර කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංගුවේ ත්වරණය ශූන්‍ය වෙයි නම් තරාදි තැටිය පහළට චලනය වන ත්වරණය $\left(\frac{3-\sin\alpha}{3+\cos\alpha}\right)g$ බව පෙන්වන්න.

iii) තරාදි තැටිය මත නිසලව පවතින R වස්තුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{2}mg\sin\left(\pi/4+\alpha\right)}{(3+\cos\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ABCDEF සිහින් බටයක් සිරස් තලයක අචලව සවිකර ඇත. ABC අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වන අතර එහි අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය සුමට වෙයි. CDE අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ කේන්ද්‍රය A ද අරය 2a ද වේ. එහිද අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨයද සුමට වෙයි. EF බට කොටස සෘජු සහ තිරස් වෙයි. එහි අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය රළු වන අතර එහි ඝර්ෂණ සංගුණකය 0.9 වෙයි. E, A, O, C ලක්ෂ්‍යය එකම සිරස් රේඛාවක පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංගුවක් A හි තබා $\sqrt{5ga}$ ප්‍රවේගයෙන් බටය තුලට ඇතුල් කළ විට එය බටය දිගේ වලින වීම අරඹයි.

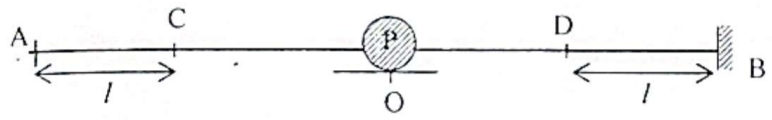


i) P අංශුවේ ABC වෘත්ත චලිතයේදී C හි ඇති විට එහි ප්‍රවේගය සහ එය මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

ii) P අංශුව CD කොටසේ චලිත වන විට $\overrightarrow{AP}$ උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ සාදන විට P අංශුවේ ප්‍රවේගයද අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාවද සොයන්න. CDE බටය තුලදී P අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව වෙනස්වන අවස්ථාවේදී එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{5ga}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

iii) E හිදී අංශුවේ ප්‍රවේගය කුමක්ද? F කෙළවරින් P අංශුව පිට නොවන බව පෙන්වන්න.

13)



ස්වාභාවික දිග 2l සහ ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙලවර එකිනෙකට 8l තිරස් දුරකින් මේසයක් මත වූ A සහ B ලක්ෂ්‍යය දෙකකට ගැට ගසා ඇත. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන O ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් අමුණා පද්ධතිය සමතුලිතව ඇත. AC = BD = l වන පරිදි පවතින මේසය මත කොටස් සුමට වෙයි. CD කොටස සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වන පරිදි රළුවෙයි. ආරම්භයේදී P අංශුව $\overrightarrow{AB}$ දෙසට A සිට $\frac{15l}{2}$ දුරක් ඇදී සිරුවෙන් මුදා හරියි.

i) t කාලයෙහි AP = x ලෙස ගෙන සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} = \frac{-g}{l}(x - l)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $7l \le x \le 8l$ වෙයි. මෙම චලිතය සඳහා $x = l + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ සමීකරණයක් ගැලපෙන බව උපකල්පනය කර A, B, ω නියත වල අගයන් සොයන්න. එම සරල අනුවර්ති චලිතයේ විස්ථාරය සහ කේන්ද්‍රය සොයන්න.

ii) මෙම අංශුව මුදා හැරිය අවස්ථාවේ සිට D ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගතවූ කාලය $\sqrt{\frac{l}{g}}\cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)$ බව ඉහත සමීකරණය ඇසුරෙන් ලබාගන්න. D හිදී P අංශුවේ වේගය ද ඉහත සමීකරණය ඇසුරින් සොයන්න.

iii) $l \le x \le 7l$ වන විට P අංශුව $\ddot{y} + \left(\frac{2g}{l}\right)y = 0$ සමීකරණය මගින් විස්තර වන සරල අනුවර්ති චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - \frac{17l}{4}$ වෙයි.

iv) CD අතර සරල අනුවර්ති චලිතයේ කේන්ද්‍රයට A සිට ඇති දුර සොයන්න. එම චලිතයේ විස්ථාරය kl නම් $k = \sqrt{\frac{17}{4}}$ බව පෙන්වන්න. මෙම සරල අනුවර්ති චලිතයට අනුරූප වෘත්ත චලිතය සලකා D සිට C දක්වා ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left(\pi - \cos^{-1}\left(\frac{13}{4k}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{11}{4k}\right)\right)$ බව පෙන්වන්න.

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

14) a) i) .O, A, B යනු රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය තුනකි. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A සහ B ලක්ෂ්‍යය වල පිහිටුමේ දෛශික $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ වෙයි. AOB කෝණයේ කෝණ සමච්ඡේදකය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් P නම් $\overrightarrow{OP} = K\left(\frac{\underline{a}}{|\underline{a}|} + \frac{\underline{b}}{|\underline{b}|}\right)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. K යනු තාත්වික නියතයකි.

ii) ABC ත්‍රිකෝණයක $|\overrightarrow{AB}| = 4, |\overrightarrow{BC}| = 2, |\overrightarrow{CA}| = 3$ ද වෙයි. මෙහි A සහ B කෝණවල සමච්ඡේදක O හිදී හමුවෙයි. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A , B සහ C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ වේ. $\overrightarrow{OA} = \underline{a} = \lambda\left(\frac{\underline{a}-\underline{c}}{3} + \frac{\underline{a}-\underline{b}}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න. λ යනු තාත්වික නියතයකි.

$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ සඳහා ඉහත ආකාරයේ අනුරූප ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා λ හි අගය සොයන්න.
$2\underline{a} + 3\underline{b} + 4\underline{c} = 0$ බව පෙන්වන්න.

b) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක AB = 4cm ද BC = 3 cm ද වේ. 3N, 5N, PN, 1N, 5PN යන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BD}$ දාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

i) මෙම බල පද්ධතියේ $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AD}$ ඔස්සේ පවතින සංරවක සොයන්න. එනයින් P = 0 විට සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න. එවිට සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව AB හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

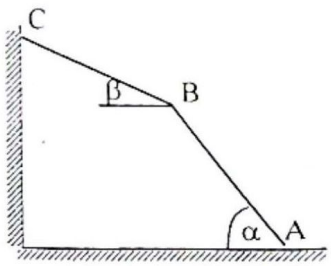
ii) P හි කිසිම අගයක් සඳහා මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය D හරහා ගමන් නොකරන බව පෙන්වන්න.

iii) P හි කිසිම අගයක් සඳහා මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයට ඌනනය කළ නොහැකි බව පෙන්වන්න.

iv) P හි යම් අගයක් සඳහා සම්ප්‍රයුකත බලය B හරහා යයි නම් එය AB ඔස්සේ පවතින බව පෙන්වා එම සම්ප්‍රයුක්ත බලය සොයන්න.

v) මෙහි සම්ප්‍රයුක්ත බලය අවම වන P හි අගය සොයන්න.

15) a) දිග 2a සහ බර w බැගින් වන AB, BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී සුමටව සන්ධි කර ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි එම දඬුවල C කෙලවර සුමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තු කර ඇති අතර A කෙලවර රළු තිරස් පොළවක් මත තබා ඇත. මෙම දඬු දෙක බිත්තියට ලම්බක සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. AB සහ BC දඬු තිරස සමග සාදන කෝණ පිළිවෙලින් α සහ β වෙයි.



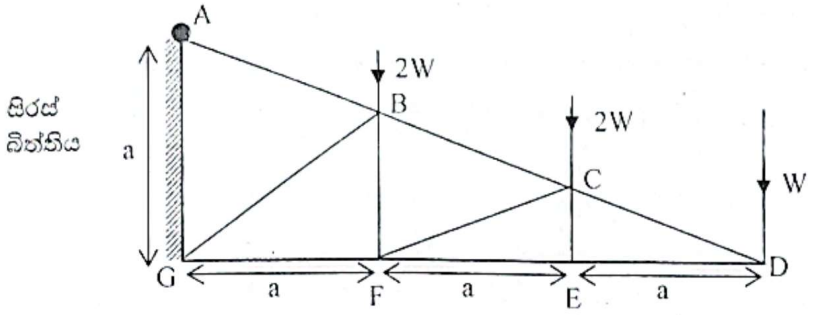
i) AB සහ BC දඬු මත ක්‍රියාකරන බල සංරවක වශයෙන් වෙන්කර දක්වන්න. $\tan\alpha = 3\tan\beta$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) AB දණ්ඩ සහ පොළව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම් $\alpha \geq \cot^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

iii) BC දණ්ඩ මගින් B හිදී AB මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{w}{2}\sqrt{4+9\cot^2\alpha}$ බව පෙන්වා එය තිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

PAST PAPERS WIKI

b) සැහැල්ලු දඬු දහයකින් සමන්විත වන රාමු සැකිල්ලක් රූප සටහනේ දැක්වේ. එම රාමු සැකිල්ල A සහ G හිදී සිරස් බිත්තියක අවල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට සවි කර ඇත. මෙම රාමු සැකිල්ල B සහ C හිදී සිරස් 2W හාරද D හිදී W සිරස් භාරයක් ද දරයි. DG තිරස් වන අතර BF සහ CE සිරස් වෙයි.



i) CD සහ BG දඬුවල තිරසට ආනතිය පිළිවෙලින් $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ සහ $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇඳ එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යා බලය ආනතියක් ද, තෙරපුමක් ද වශයෙන් වෙන්කර දක්වමින් සොයන්න.

iii) A ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

16) i) ආධාරකයේ අරය r ද උස h ද වන ඍජු වෘත්ත ඝන කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අනුකලනය මගින් සොයන්න.

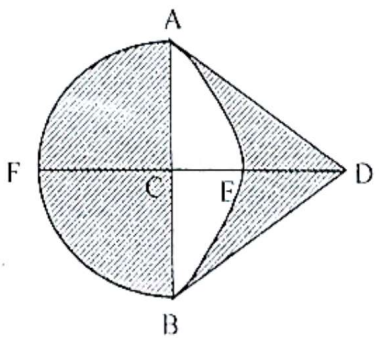
ii) අරය r වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි කේන්ද්‍රය වන O සිට $r\cos\alpha$ දුරකින් $\left(o \le \alpha \le \frac{\pi}{2}\right)$ එහි අක්ෂයට ලම්බක තලයක් මගින් කොටස් දෙකකට වෙන්කර වෘත්ත දාර දෙකක් සහිත කොටස ඉවත් කරයි. ඉතිරි වන ඝන ගෝලීය බණ්ඩයේ (ගෝලීය හිස) ස්කන්ධය $\frac{\pi r^3 p}{3}(1-\cos\alpha)^2(2+\cos\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි p යනු ඝන අර්ධගෝලයේ ඝනත්වයයි. එම ඝන ගෝලීය හිසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර $\frac{3r}{4}\frac{(1+\cos\alpha)^2}{(2+\cos\alpha)}$ බව පෙන්වන්න. ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ආපෝහණය කරන්න.

iii) $\alpha = \frac{\pi}{3}$ වන විට ඝන ගෝලීය බණ්ඩයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට එහි කේන්ද්‍රය වන C සිට ඇති දුර $\frac{7r}{40}$ බව පෙන්වන්න.

iv) ආධාරකයේ අරය $\frac{\sqrt{3}r}{2}$ ද උස $\frac{3r}{2}$ ද වන ABD ඝන කේතුවකින් AEB ගෝලීය හිසක් හාරා ඉවත් කර ඇත. එම හාරන ලද කේතුවට එම ද්‍රව්‍යයෙන්ම සාදන ලද අරය $\frac{\sqrt{3}r}{2}$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් A සහ B හිදී දෘඩ ලෙස ඇඳා රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. මෙම ඝන වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට C සිට ඇති දුර kr බව පෙන්වන්න. මෙහි $k = \frac{7}{16(2+3\sqrt{3})}$ වෙයි.

$AC = BC = \frac{\sqrt{3}r}{2}$ $CD = \frac{3r}{2}$



සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

v) මෙම වස්තුව A වලින් නිදහස්ව එල්ලා ඇතිවිට AB රේඛාව සිරස සමග සාධන කෝණය සොයන්න. සංයුක්තය A වලින් එල්ලා ඇතිවිට FCD සමමිතික අක්ෂය සිරස් කරලීම සඳහා D වලින් එල්ලිය යුතු බර $\frac{7\pi r^3 p}{288}$ බව පෙන්වන්න.

7) a) i) $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ යන දත්ත n ප්‍රමාණයක් ඇති කුලකයක මධ්‍යනය $(\bar{x})$ සහ සම්මත අපගමනය (σx) අර්ථ දක්වන්න. a සහ b නියත වන විට $y_i = a + bx_i$ රේඛීය පරිමාණය යොදාගෙන x දත්තයන් y දත්ත කුලකයට පරිනාමණය කර ඇත. මෙහි i = 1, 2, 3....n වෙයි. $\bar{y} = a + b\bar{x}$ සහ $\sigma_y^2 = b^2\sigma_x^2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\bar{y}$ සහ σy යනු y දත්ත කුලකයේ මධ්‍යනය සහ සම්මත අපගමනය වේ.

ii) ව්‍යාප්තියක කුටිකතාවය මැනීම සඳහා කුටිකතා සංගුණක දෙකක් අර්ථ දක්වා ඇත. එයින් එකක් $S_k = \underline{\text{මධ්‍යනය} - \text{මාතය}}$

සම්මත අපගමනය ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත. අනෙක් කුටිකතා සංගුණකය ලියා දක්වන්න. දත්ත ව්‍යාප්තියක කුටිකතා සංගුණකය, මාතය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් $\frac{3}{2}$, 3, 2 බව දී ඇත.එම කුලකයේ මධ්‍යනය සොයන්න. මෙම ව්‍යාප්තියේ කුටිකතා සංගුණක දෙක ආසන්න වගයෙන් සමාන වන බව උපකල්පනය කර මධ්‍යස්ථයෙහි අගය සොයන්න. මෙම දත්ත රේඛීය පරිමාණයක් යටතේ පරිණාමනය කළ විට නව අගයන් වල මධ්‍යනය සහ සම්මත අපගමනය 5 සහ 3 වෙයි. මෙම පරිණාමය x හා y හි සම්කරණයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

iii) දත්ත n_1 ප්‍රමාණයක් ඇති කුලකයක මධ්‍යනය μ_1 සහ සම්මත අපගමනය σ_1 වන අතර, දත්ත n_2 ප්‍රමාණයක් ඇති තවත් කුලකයක මධ්‍යනය μ_2 ද සම්මත අපගමනය σ_2 ද වෙයි. මෙම කුලක දෙක ඒකාබද්ධ කර එක් කුලකයක් ලෙස සැලකූ විට සංයුක්ත කුලකයේ සම්මත අපගමනය σ ද මධ්‍යනය μ ද වේ. $\sigma^2 = \frac{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + n_1(\mu_1 - \mu)^2 + n_2(\mu_2 - \mu)^2}{(n_1 + n_2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (ii) කොටසේ පරිණාමනයට ලක්කල y කුලකයේ දත්ත 15 ප්‍රමාණයක් ඇත. මධ්‍යනය සහ සම්මත අපගමනය 6 සහ 4 වූ දත්ත 35 ප්‍රමාණයක් ඇති නවත් කුලකයක් සමග ඉහත y කුලකය ඒකාබද්ධ කර සංයුක්ත කුලකයක් ලෙස සලකනු ලබයි. මෙම සංයුක්ත කුලකයේ මධ්‍යනය සහ විචලනාව සොයන්න.

b) i) A සහ B යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් නම් $P(A).P(B) = P(A \cap B)$ බව අසම්භාවය සම්භාවිතාවය ඇසුරින් සාධනය කරන්න.

ii) A' සහ B ද A' සහ B' යන සිද්ධි ද ස්වායත්ත සිද්ධි බව සාධනය කරන්න.

iii) A සහ B යනු ඉහත ආකාරයේ සිද්ධි දෙකක් නම් P(A) = $\frac{1}{2}$ ද $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ ද නම් පහත සඳහන් සම්භාවිතා සොයන්න.

α) P(B) β) P (A∩B) γ) P (A∩B')

δ) P (A∪B') λ) P(A'∩B')