සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2023
General Certificate of Education (Adv. Level)Examination, 2023

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

දෙවන වාර පරීක්ෂණය
Second Term Test

10 S I

13 ශ්‍රේණිය
Grade 13

B කොටස

★ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11) a. $px^2 + qx + r = 0$; $p \neq 0$, $(p, q, r) \in \mathbb{R}$ වර්ගජ සමීකරණය විසඳන්න.
ඒනයින්, $px^2 + qx + r = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට **සමපාත නොවන තාත්ත්වික මූල නොපැවතීමට** අවශ්‍යතාවක් ලියා දක්වන්න.

දැන් $b \leq 0$ හා $(a, b) \in \mathbb{R}$ වන පරිදි,
$F(x) \equiv x^3 - (c + 1)x^2 + (c + 1)x - 1$; $c = \sqrt{a^2 - b}$ යැයි ගනිමු.
F ශ්‍රිතය මත I හි ප්‍රතිබිම්බය ශූන්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, $F(x) \equiv (x + \alpha)(\beta x^2 + \lambda x + \beta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි α හා β යනු නිර්ණය කළ යුතු තාත්ත්වික නියත වන අතර λ යනු a හා b ඇසුරෙන් නිර්ණය කළයුතු තාත්ත්වික නියතයකි.

$F(x) = 0$ ඝනජ සමීකරණයට I හැර වෙනත් සමපාත නොවන තාත්ත්වික මූල නොපවතින බව දී ඇත්නම් a ට ගත හැකි අවම අගය (- 2) බව පෙන්වා $|a| \leq 2$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

b. $a \in \mathbf{R}$ වන පරිදි වූ $(x - a)$ යන්න, G(x) හි දෙවරක් පුනරාවර්තන සාධකයක් බව දී ඇත්නම්, $(x - a)$ යන්න G '(x) හි සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න.

මෙහි G '(x) යනු G(x) හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නයයි.

දැන් $(a, b) \in R$ වන පරිදි,

$H(x) \equiv 3x^3 + ax^2 + bx + 2$ යැයි ගනිමු. $(x - 1)$ යන්න H(x) හි දෙවරක් පුනරාවර්තන සාධකයක් බව දී ඇත්නම්, a හා b අගයන්න.

තවදුරටත්, $H\left(\frac{1}{x}\right) \geq 0$ විසඳන්න.

23'AL API [papers group]

CamScanner

12) a. ජාත්‍යන්තර සමූළුවක දී ශ්‍රී ලංකාව නියෝජනය කිරීම සඳහා මූලික සුදුසුකම් සපුරා ඇති කාන්තාවන් 7 දෙනෙකු සහ පුරුෂයන් 5 දෙනෙකු අතරින් 5 දෙනෙකුට පමණක් එම අවස්ථාව හිමිවේ.

(i) එම කණ්ඩායමට කාන්තාවන් දෙදෙනෙකු සහ පුරුෂයන් තිදෙනෙකු ඇතුළත් විය යුතු නම්,

(ii) උපරිම වශයෙන් පිරිමි තිදෙනෙකු කණ්ඩායමට ඇතුළත් විය යුතු නම්,

(iii) මූලික කණ්ඩායම තුළ විවාහක යුවලක් සිටින අතර ඔවුන් දෙදෙනාගෙන් එක් අයෙක් පමණක් කණ්ඩායමට ඇතුළත් විය යුතු නම්,

පස් දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායම තෝරාගත හැකි ආකාර සංඛ්‍යාව සොයන්න.

b. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{7r^2+14r-1}{(r+1)(r+2)}$ වේ නම්,

$U_r = \dfrac{Ar}{r+1} - \dfrac{Br+C}{r+2}$ වන පරිදි A, B හා C හි අගය සොයන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\dfrac{1}{8^r} U_r = f(r) - f(r+1)$

වන පරිදි වූ $f(r)$ සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}\left(\dfrac{U_r}{8^r}\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{n+1}{8^n(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}\left(\dfrac{U_r}{8^r}\right)$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර $\dfrac{5}{12} \le \sum_{r=1}^{\infty}\left(\dfrac{U_r}{8^r}\right) < \dfrac{1}{2}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

23'AL API [papers group

13) a. (i) $2x - 4y = 3$

$5y + x = 2$ යන සමීකරණ පද්ධතිය නාස්‍ය ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. **ඒනයින්** ඉහත සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

(ii) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} a & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, ; $a \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$\left(\dfrac{AQ^T}{10}\right)^{-1} = I$ වන පරිදි a සඳහා වන තිශ්ශූන්‍යය අගය (න්) සොයන්න.

(මෙහි I යනු ගණය 2 x 2 ඒකක න්‍යාසය වේ.)

b. $|z - 3i|^2 = |z|^2 - 6\mathrm{Im}(z) + 9$ බව පෙන්වන්න.

$z = x + iy$ වේ. තවදුරටත් $|z| \ge \mathrm{Re}(z)$ බව ද පෙන්වන්න.

ඒනයින් $\mathrm{Im}(z)$ යන්න $y^2 - 6y + 9 \ge 0$ සපුරාලනු ලබන බව පෙන්වන්න.

CamScanner

c. $\frac{\pi}{6} < \text{Arg}\,(z) \leq \frac{3\pi}{2}$ හා $3 < |z| \leq 5$ මගින් තෘප්ත කරනු ලබන R පෙදෙස සුදුසු ආර්ගන්ඩ් තලයක අඳුරු කර දක්වන්න. මෙහි z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවකි. **ඒනයින්** R පෙදෙසෙහි සහ $\text{Arg}(z) = \frac{5\pi}{6}$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන z_0 යන්න $|z|$ හි අගය උපරිමයක් වන පරිදි සොයා දක්වන්න.

d. $z = 1 + i$ යැයි ගනිමු. (z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවකි)

$\frac{z^m}{z^3} = 1$ වන පරිදි $m\,(\in z^+)$ හි අගය සෙවීම සඳහා සුදුසු සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

23'AL API [papers group]

14) a. $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^3}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හිව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා

$f'(x) = \frac{-(x+1)(x+5)}{(x-1)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයා $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංකද සොයන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = 2\,\frac{(x^2+10x+13)}{(x-1)^5}$ බව දී ඇත. $f(x)$ හි අවතලතාවය පරීක්ෂා කර නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ x බණ්ඩාංකය ලබාගන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$(-k, -\infty)$ මත $f(x)$ එකට - එක වන k හි වැඩිතම නිඛිලය ප්‍රකාශ කරන්න.

b. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පතුලේ දිග 3x cm හා පළල 2x cm ද උස y cm ද වන පරිදි පෙට්ටියක් නිර්මාණය කරනු ලබන්නේ එහි පරිමාව 300 cm^3 වන පරිදි වේ. පෙට්ටියේ පතුල හා ඉහල මතුපිට නිමවීමට එක් වර්ග සෙන්ටිමීටරයකට වැයවන මුදල මෙන් 48 ගුණයක් ඉතිරි පැතිවල වර්ග සෙන්ටිමීටරයක් සඳහා වැයවේ. පිරිවැය අවම වන පරිදි පෙට්ටියේ දිග පළල හා උස සොයන්න.

15) a. $I(x) \equiv \frac{5-7x+15x^2-9x^3}{(3x-1)^2(9x^2-6x+5)}$; $x \neq \frac{1}{3}$ යැයි ගනිමු.

සියලු $x \in R$ සඳහා,

$5-7x+15x^2-9x^3 \equiv A(9x^2-6x+5) + B(3x-1)(9x^2-6x+5) - (Ax+B)(3x-1)^2$; $A, B \in Z$ වන පරිදි A හා B අගයන්න.

ඒනයින්, $I(x)$ හින්න භාගවලින් ලියා දක්වා $\int I(x)\,.\,dx$ සොයන්න.

b. $x \in [-1, 1]$ සඳහා $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int \sin^{-1} x\,.\,dx$ සොයන්න.

ඒනයින් $\int \cos^{-1} x\,.\,dx$ **අපෝහනය** කරන්න.

CamScanner

c. $x - x^{-1} = u$ ආදේශය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\int \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4}\,.\,dx$ සොයන්න.

දැන්, $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos^4 x+\sin^4 x}\,.\,dx$ යැයි ගනිමු.

$\tan x = t$ ආදේශය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $J = \int_0^{K} \frac{1+t^2}{1+t^2+t^4}\,.\,dt$ බව

පෙන්වා, $J = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

මෙහි $k = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (\tan x)$ වේ.

23'AL API [papers

16) a. $Q \equiv (\alpha, \beta)$ හා l යනු $lx + my + n = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. Q සිට l ට ඇති ලම්බ දුර $\frac{|\alpha l + \beta m + n|}{\sqrt{l^2+m^2}}$ බව පෙන්වන්න.

b. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A \equiv (2, 2)$, $B \equiv (-1, 1)$ හා $C \equiv (6, 6)$ වේ. ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 3 වන ලෙසට D ලක්ෂ්‍යය විචලනය වේ නම් D හි පෙත සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න. එහි සමීකරණය ලබාගන්න.

c. (i) $S_1 = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ වෘත්තයට $x - y = 0$ රේඛාව මත ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට ඒකක 4ක් දිගින් යුත් ස්පර්ශක දෙක බැගින් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.
$x - y = 0$ මත ඇති එම ලක්ෂ්‍ය දෙක A හා B ලෙස ගත්විට A හා B හරහා යන විචල්‍ය වෘත්තය $S^1 \equiv 0$ හි සමීකරණය ලබා ගනිමින් $S^1 \equiv 0$ වෘත්තය $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2y - 4 = 0$ වෘත්තය හා $x - y = 0$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(ii) $x^2 + y^2 + 2nx + 10y + 14 = 0$ $(n \in R)$ යන වෘත්ත කුලකයේ සියලු වෘත්ත සමඟ $S_2 \equiv 0$ ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

17) a. (i) $\tan A . \tan(60 + A) . \tan(60 - A) = \tan 3A$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $\tan\theta = \sec 2\alpha . \cos\phi$ නම්, $\frac{\cos(\theta+\phi)}{\cos(\theta-\phi)} = -\tan^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

b. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$ සහ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}$ නම්, $(0, 2\pi)$ පරාසය තුළ $\sqrt{6}\cos(x - \alpha) - \tan x = \sqrt{2}$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි අගයන් සොයන්න.

$y_1 = \sqrt{6}\cos(x - \alpha)$

$y_2 = \sqrt{2} + \tan x$ සඳහා දළ සටහන් ඉහත පරාසය තුළ ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

ඒනයින්

$\tan x - \sqrt{6}\cos(x - \alpha) + \sqrt{2} \geq 0$ වන පරිදි $(0, 2\pi)$ පරාසය තුළ පිහිටි x හි අගයන් සොයන්න.

c. ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් කෝසයින ප්‍රමේයය ලියා දක්වන්න.

$\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ නම් C කෝණයේ අගය සොයන්න.

CamScanner

Past Papers Wiki

B කොටස

★ ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සපයන්න.

(11) a. A හා B යනු සරල රේඛීය මාර්ගයක එකිනෙකට d දුරින් පිහිටි නගර දෙකකි. B නගරයෙන් නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන P මෝටර් රථයක් ඒකාකාර f ත්වරණයකින් ගමන් කර u ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. අනතුරුව එම u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි.

P ගමන් අරඹා $\frac{u}{f}$ කාලයකට පසු Q මෝටර් රථයක් B නගරයට පෙර ඇති A නගරය පසුකර P ගමන්ගත් දිශාවටම $v\ (> u)$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් t කාලයක් ගමන්කර පසුව 2f ඒකාකාර මන්දනයකට ඵළඹේ.

(i) P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර එකම සටහනක අඳින්න.

(ii) එක් මොහොතක දී Q මෝටර් රථයට P මෝටර් රථය යන්තමින් පසුකල හැකි නම් $t = \frac{u^2-v^2+2uv+4fd}{4(v-u)f}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $t = \frac{u}{f}$ හා $v = \frac{3u}{2}$ බව දී ඇත්නම්, Q මෝටර් රථයට P මෝටර් රථය හමුවීම සඳහා ගතවන කාලය $5\sqrt{\frac{d}{f}}$ බව පෙන්වන්න.

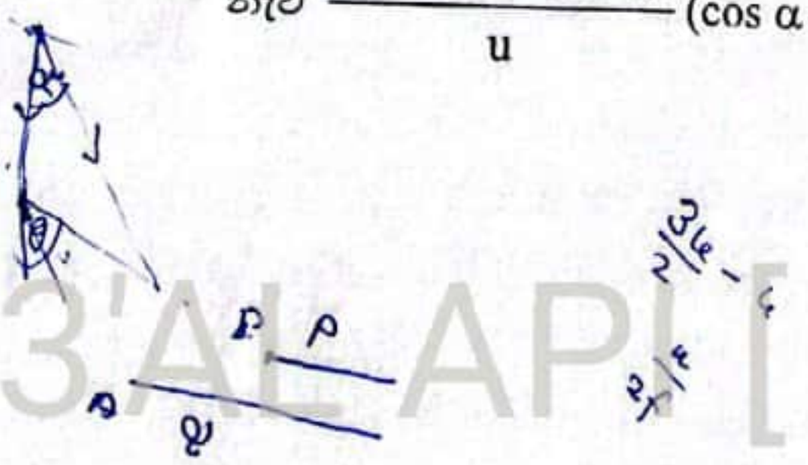
b. ඒකාකාර u ප්‍රවේගයකින් උතුරට යාත්‍රා කරන යුධ නැවක් ඊට බටහිර දිශාවේ d දුරකින් සතුරු නැවක් දකියි. සතුරු නැව, දකුණින් නැගෙනහිරට θ කෝණයකට වූ දිශාවකට යාත්‍රා කරමින් පවතින අතර යුධ නැවෙහි කපිතාන් එය නිරීක්ෂණය කරන්නේ දකුණින් නැගෙනහිරට $\alpha(< \theta)$ කෝණයකින් යාත්‍රා කරන්නා සේ වේ.

(i) සතුරු නැවෙහි ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය සොයන්න.

(ii) යුධ නැවට සාපේක්ෂව සතුරු නැවෙහි ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය ද සොයන්න.

(iii) යාත්‍රා දෙක $\frac{d\sin\alpha.\sin(\theta-\alpha)}{u\sin\theta}$ කාලයක දී ඒවා අතර කෙටිතම දුර වන $d\cos\alpha$ ට ළඟාවෙන බව පෙන්වන්න.

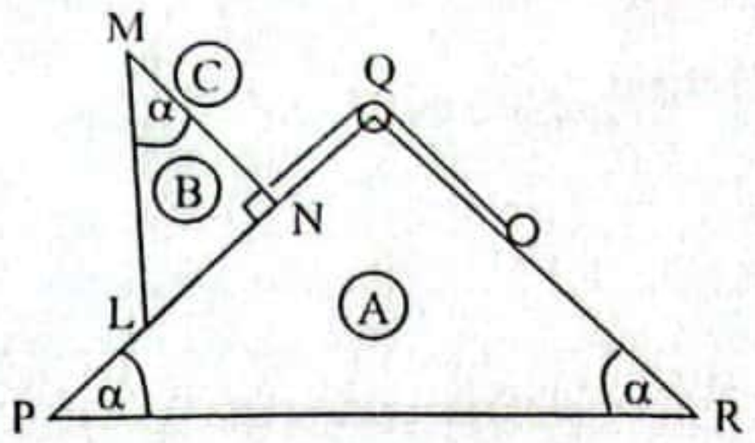
(iv) යුධ නැවට එහි සිට උපරිම $R\ (R > d\cos\alpha)$ දුරකට ප්‍රහාර එල්ලකිරීමේ හැකියාව පවතී නම්, සතුරු නැව $\frac{2\sqrt{R^2-d^2\cos^2\alpha}}{u}(\cos\alpha - \cot\theta\sin\alpha)$ කාලයක් අනතුරෙහි පවතින බව පෙන්වන්න.



23'AL API [papers group]

CamScanner

12) a. රූපයෙහි PQR හා LMN මගින් සුමට කුඹුරු දෙකක් ගුරුත්ව කේන්ද්‍ර හරහා වන සිරස්කඩ දෙකක් දැක්වේ.



එහි $Q\hat{P}R = Q\hat{R}P = LMN = \alpha$ සහ $LNM = \frac{\pi}{2}$

වෙයි. A, B, C හා D හි ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 3m, 2m, m හා 4m වේ. Q හි සවිකල කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතනය තන්තුවකින් B හා D ඇඳා ඇත.

C අංශුව සුමට MN උපරිම බෑවුම් රේඛාව මත චලනය වේ. PR සුමට තිරස් තලයක් මත තබා පද්ධතිය සීරුවෙන් නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරී.

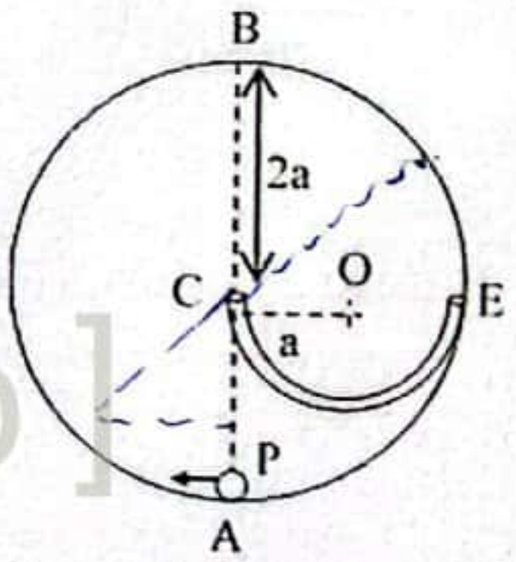
(i) එක් එක් වස්තුව මත ක්‍රියාකරන සියලුම බල ලකුණු කරන්න.

(ii) RP දිශාවට පොළොවට සාපේක්ෂ A හි ත්වරණය a_1 ලෙස ද, PQ දිශාවට A ට සාපේක්ෂ B හි ත්වරණය a_2 ලෙසද ගෙන B හා D හි පොළොවට සාපේක්ෂ ත්වරණ a_1 හා a_2 ඇසුරින් ලබාගන්න.

(iii) අවශ්‍ය සමීකරණ ලියා දක්වා $a_1 = \frac{g\sin 2\alpha}{6-3\cos 2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) α හි ඕනෑම අගයක් සඳහා $a_1 \leq \frac{g}{3\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

b. රූපයේ දැක්වෙනුයේ සුමට අචල ගෝලාකාර අන්තර් පෘෂ්ඨයක, එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයක ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් වෘත්ත චලිතයක යෙදෙන ආකාරය වේ. ගෝලයේ අරය 2a වේ.



(i) P අංශුව පහළින්ම පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා $\sqrt{10ga}$ ප්‍රවේගයෙන් ස්පර්ශකය ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. CP රේඛාව සිරස සමග θ සුළු කෝණයක් සාදන විට P අංශුවේ වේගය V නම්,

$V^2 = 2ga\ (3 + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

C යනු ගෝලයේ කේන්ද්‍රයයි. එවිට අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ii) P අංශුව චලනය වන අතරතුර B හි අචලව සවිකර ඇති සිහින් අප්‍රත්‍යස්ථ බාධකයක ගැටෙයි. ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හි ප්‍රවේගය සහ එය මත ප්‍රවේගය සොයන්න. ගැටුමෙන් පසු P අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනයවී අචලව සවිකර ඇති අරය a වන වන සුමට බටයක් තුළට C හි දී ඇතුල් වෙයි. E කෙළවරින් P අංශුව පිටවන වේගය සොයන්න.

(iii) P අංශුව EB සුමට වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨය දිගේ චලනය වී නැවත B ලක්ෂ්‍යයට ළඟා විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

AL API [papers group]

CamScanner

13) එක් කෙළවරක් නිරස් සිවිලිමක O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇති ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 3 mg වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ නන්තුවක අනෙක් කෙළවරෙහි ගැට ගසා ඇති 2 m වූ සංයුක්ත P අංශුවක් O සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

(i) P අංශුව පොළවෙහි වැදීමට පෙර $3l$ උපරිම දුරක් සිරස්ව පහළට ගමන් ගනී නම්, ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන් නන්තුවේ ස්වභාවික දිග l බව පෙන්වන්න.

(ii) නන්තුව ස්වභාවික දිග පසුකළ මොහොතේ පටන් $\ddot{x} + \frac{3g}{l}x = 0$ මගින් නිරූපණය වන සරල අනුවර්ති චලිතයක යෙදෙමින් පහළට ගමන් ගන්නා බව පෙන්වන්න. මෙහි $x = x - \frac{5l}{3}$ වන අතර, O සිට අංශුවට මනිනු ලබන විස්ථාපනය x බව සලකන්න.

(iii) පහලම ලක්ෂ්‍යයේ දී සංයුක්ත අංශුවෙන් m ස්කන්ධයක් ඉවත් වේ නම්, නැවත ඉතිරි m ස්කන්ධයැති අංශුව $\ddot{y} + \frac{3g}{l}\left(y - \frac{l}{3}\right) = 0$ මගින් නිරූපණය වන සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙමින් ඉහළට චලනය වන බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු නන්තුවේ විතතිය වේ.

(iv) ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයන්ට අනුරූප වෘත්ත චලිතයක් භාවිතයෙන් O සිට පහලම ලක්ෂ්‍යයටත් ඉන්පසු නැවත නන්තුවේ ස්වභාවික දිග තෙක් ඉහලටත් ගමන් ගැනීමට අංශුවලට ගතවූ මුළු කාලය $\frac{1}{6}\sqrt{\frac{l}{3g}}\{6\sqrt{6} + (3 + 4\sqrt{2})\pi + 6\sin^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)\}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

A B

14) a. O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් හා ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිලෙන් $\boldsymbol{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. A, B, C ත්‍රැපීසියමක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. මෙහි OA // BC සහ OA = 3BC වේ. D යනු AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $A\hat{O}B = 45°$ හා $C\hat{A}O = 60°$ කි. C සිට OA ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය F වේ. OD හා CF, E හි දී එකිනෙක ඡේදනය කරයි. $\overrightarrow{OE} = \lambda\overrightarrow{OD}$ බව හා $\overrightarrow{FE} = \mu\overrightarrow{FC}$ බව තවදුරටත් දී ඇත.

$\overrightarrow{OF} = \left[\frac{3\sqrt{3}+1}{3(\sqrt{3}+1)}\right]a$ බව පෙන්වන්න.

දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය භාවිතයෙන්

$2[3\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3}\mu - 2(\sqrt{3} + 1)\lambda]a + 3(\sqrt{3} + 1)(2\mu - \lambda)b = 0$

බව පෙන්වන්න.

එනයින් λ සහ μ හි අගය සොයන්න.

23'AL API [papers gr

b. ඒකතල බල 4ක්, කාටීසීය තලයක ක්‍රියා කරනුයේ, i. $4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ දෛශිකයට සමාන්තරව මූල ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියාකරන 15 N බලයත්

ii. A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $-4\mathbf{i} + 9\mathbf{j}$ වන පරිදි වූ AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියාකරන $2\overrightarrow{AB}$ බලයක්

iii. පිළිවෙළින් $2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියාකරන $4\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i} - 13\mathbf{j}$ වූ බල දෙකක් වශයෙනි.

බල පද්ධතියෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියාරේඛාවෙහි සමීකරණයත් සොයන්න.

(a, - 4) ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියාකරන F බලයක් යෙදීම මගින්, ඉහත පද්ධතිය සමතුලිත කළ හැකි නම් F හා a සොයන්න.

CamScanner

15) a. බර w වූ දිග 4a වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක් හා බර 2w වූ දිග 6a වන ඒකාකාර BC දණ්ඩක් B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නක එක් කෙළවරක් BC දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ කර අනෙක් කෙළවර A ට සම්බන්ධ කර ඇත. පද්ධතිය A වලින් එල්ලා දුන්න සිරස් වන පරිදි සමතුලිතව තබා ඇත්තේ BC දණ්ඩට යෙදූ විශාලත්වය G වූ බල යුග්මයක් මගිනි.

(i) B සන්ධියේ දී, BC දණ්ඩ මගින් AB දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ii) ඒ නයින්, ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්නේ ආතතිය $\frac{5w}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) නවද AB දණ්ඩ තිරස සමග සාදන සුළු කෝණය ද සොයන්න.

(iv) දැන් පද්ධතියෙන් G යුග්මය ඉවත් කරනු ලබයි නම්, ප්‍රත්‍යස්ථ දුන්න යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5\sqrt{34}}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු ධන නියතයකි.

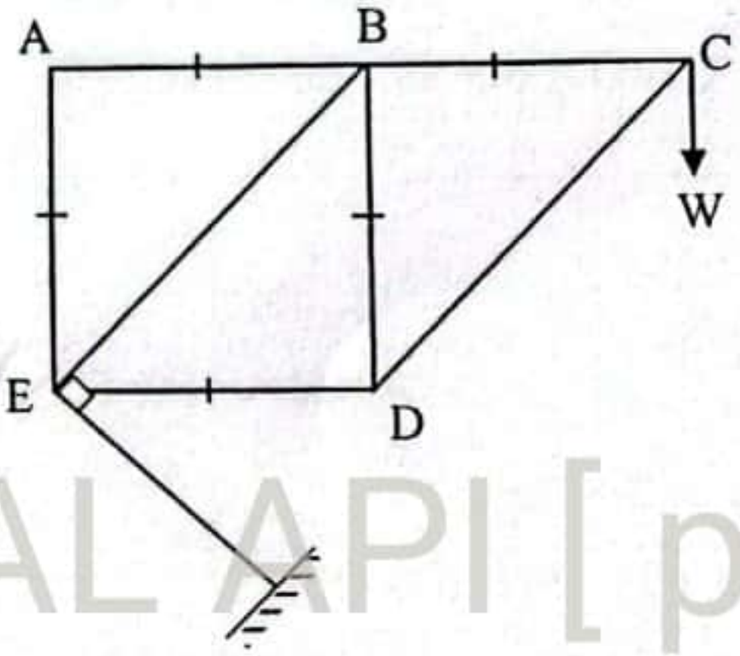
b. රූපයේ දී ඇති රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අසව් කර ඇත. තිරස් හා සිරස් දඬු දිගින් සමාන වේ. C හි W බරක් එල්ලා ඇත. රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇතේ E ට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි.

(i) තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(ii) A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(iii) ලාමීගේ ප්‍රමේයය ඇසුරින් C හි සමතුලිතතාවය සලකා BC හා CD දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවායේ ස්වභාවය ලබා ගන්න.

(iv) බෝ අංකන මූලධර්මය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ ඉතිරි දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.



23'AL API [papers group]

16) a. I) උස h වූ ඍජු සන ඒකාකාර කේතුවක් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින්, අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

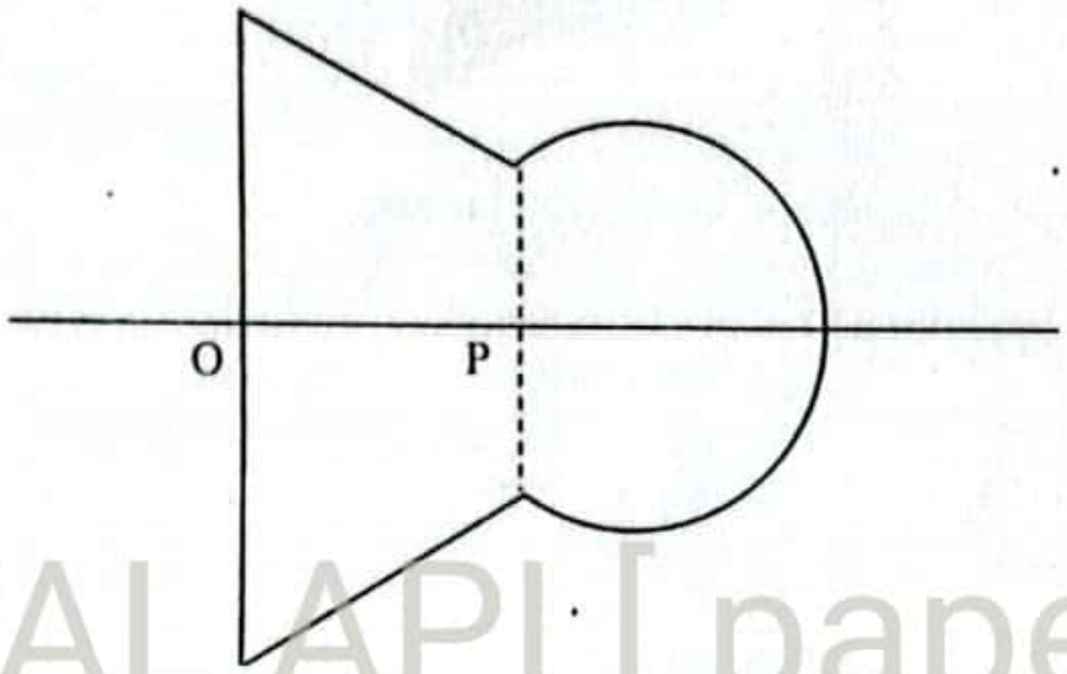
II) අරය r වන ඒකාකාර සන ගෝලයකින් එහි අක්ෂයට ලම්බව කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r}{2}$ දුරකින් වූ තලයකින් ඡේදනය කිරීමෙන් ලැබෙන මහා කලාපයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට අක්ෂය මත $\frac{5r}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව අනුකලනය ඇසුරින් පෙන්වන්න.

PAST PAPERS WIKI

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න
CamScanner

Past Papers Wiki

b. පතුලේ අරය $\sqrt{3}r$ හා උස $6r$ වන සෘජු ඝන කේතුවකින් පතුලේ අරය $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ වන කේතුවක් ඡේදනය කර ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන ජින්නකය හා අරය r වන ඒකාකාර ඝන ගෝලයකින් අක්ෂයට ලම්බව කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r}{2}$ දුරකින් ඡේදනය කිරීමෙන් ලැබෙන මහා කලාපය වෘත්තාකාර මතුපිට සම්පාත වන සේ සම්බන්ධ කර පහත රූපයේ දැක්වෙන දෘඪ වස්තුව නිර්මාණය කර ඇත.



23'AL API [papers group]

කේතුව තනා ඇති ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය ρ ද ගෝලය තනා ඇති ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්වය σ ද ලෙස ගෙන සංයුක්තයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය Oසිට

$\frac{1}{(42\rho+9\sigma)}\left\{\frac{99\rho}{2}+\frac{261\sigma}{8}\right\}r$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් සංයුක්තයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම සඳහා $\rho = \frac{5\sigma}{68}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

17) A_1, A_2, A_3 යනු Ω නියැදි අවකාශය තුළ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිරවශේෂ සිද්ධි තුනකි.

a. B යනු Ω තුළ ඕනෑම සිද්ධියක් නම්,

(i) $P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(B/Ai)P(Ai)$ බවද

(ii) $P(Ai/B) = \frac{P(B/Ai)\,P(Ai)}{\sum_{i=1}^{3} P(B/Ai)P(Ai)}$ බවද සාධනය කරන්න.

CamScanner

(iii) බස්නාහිර පළාත තුළ පසුගිය යම් මාසයක දී වාර්තා වුණු කොරෝනා රෝගීන් ගණන පහත පරිදි වෙයි.

50% කොළඹ නගරයෙන් ද, 30% ගම්පහ නගරයෙන් ද, 20% කළුතර නගරයෙන් ද, වශයෙන් ද වෙයි. එම වාර්තා වුණු රෝගීන්ගෙන් නගරය අනුව පිළිවෙලින් 0.3%, 0.5%, 0.1% මරණයට පත්වී ඇති බව වාර්තා දක්වයි.

α) ඉහත මාසය තුළ බස්නාහිර පළාත තුළ කොරෝනා රෝගියකු තෝරාගත් විට ඔහු මරණයට පත්වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

β) එසේ බස්නාහිර පළාතෙන් තෝරාගත් රෝගියා මරණයට පත්වී ඇති බව දන්නේ නම් ඔහු කොළඹ නගරයේ කෙනෙකු වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

23'AL API [papers group]

b. (i) සාමූහිත සංඛ්‍යාන ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය වන $\bar{x}$ අර්ථ දක්වන්න.

$y = \frac{x-a}{b}$ පරිණාමනය ඇසුරින් $\bar{x} = a + b\bar{y}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a හා b නියතයන් වේ.

මෙහි විචලතාවයේ අර්ථ දැක්වීමෙන් අරඹා $\sigma = b\sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \bar{y}^2}$ බව ලබා ගන්න.

(ii) $a = 62$ සහ $b = 5$ ලෙස ගෙන පහත දක්වා ඇති සාමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ $\bar{x}$ සහ σ හි අගයන් දශමස්ථාන එකකට ගණනය කරන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තර	50 – 54	55 – 59	60 – 64	65 – 69	70 – 74
සංඛ්‍යාතය	10	22	40	18	10

(iii) මෙම ව්‍යාප්තියේ මාතය ද ගණනය කරන්න. එහි හැඩය කුමක් ද?

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න
CamScanner