සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි/All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College - Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, නොවැම්බර් 2019
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சை நவம்பர் 2019
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, November 2019

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I

10 T I

பகுதி A

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

01. $ax^2+bx+c=0$ இன் மூலங்கள் α, β எனவும் $px^2+qx+r=0$ இன் மூலங்கள் γ, δ எனவும் கொள்க. Δ_1, Δ_2 என்பன முறையே அவற்றின் தன்மைகாட்டிகளும் ஆகும். $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன கூட்டல் விருத்தியில் அமைந்திருந்தால் $\Delta_1 : \Delta_2 = a^2 : p^2$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. $f(x)=\sqrt{1-\cos x\sqrt{1-\cos x\sqrt{1-\cos x}}}\ldots$ எனும் சார்பின் வீச்சைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\cos\pi x+\sin\dfrac{\pi x}{2}}{(x-1)^2}\right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

04. தீர்க்குக. $\log_{4\sqrt{x}} x+\log_{4x}\sqrt{x}=0;\ x\in\mathbb{R}^+$.

05. சாய்சதுரம் ABCD யில் AB, AC யின் சமன்பாடுகள் முறையே $x-y+1=0$, $2x-y-1=0$ ஆகும். BC ஆனது (5, -6) இனூடு செல்லுமாயின், உச்சிகளின் ஆள்கூறுகளை துணியாமல் பக்கங்கள் BC, CD, DA யின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

06. $y=-|x^2-3x|$, $x=0$, $x=3$, $y=0$ எனும் வளையிகளால் உள்ளடக்கப்படும் பிரதேசத்தை x அச்சுபற்றி 2π ஆரையனினூடாக சுழற்றும் போது பெறப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{3^4}{10}\pi$ எனக் காட்டுக.

07. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ எனும் நீள்வளையத்துக்கு $P\equiv\left\{\frac{2(1-t^2)}{1+t^2},\frac{6t}{1+t^2}\right\}$ எனும் புள்ளியில் வரையப்பட்ட செவ்வனின் சமன்பாடு $3y(1-t^4)-4t(1+t^2)x-10t(1-t^2)=0$ எனக் காட்டுக. இங்கு $t\in\mathbb{R}-\{-1,1\}$ எனும் ஆயிடையில் உள்ள பரமாணமாகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. $\int_{-2}^{2}\frac{x^2+1}{x^4-2x^2+1}dx$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Past Papers Wiki

09. தீர்க்குக. $\tan\theta+\tan 2\theta+\tan 3\theta=0\,;\ \theta\in\mathbb{R}$.

10. $\cot^{-1}\left(\frac{xy+1}{x-y}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{yz+1}{y-z}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{zx+1}{z-x}\right)=n\pi$ எனக் காட்டுக. இங்கு $n\in\mathbb{Z}$ ஆகும்.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය, කොළඹ 07
Royal College - Colombo 07
අධිකෘත පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, නොවැම්බර் 2019
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சை நவம்பர் 2019
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, November 2019

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I

10 T I

பகுதி B

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை தருக.

11.a. $ax^2+bx+c=0$ எனும் சமன்பாட்டில் $a(\neq 0)$, b, c என்பன மெய்யெண்களாகும்.

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{\Delta}{4a^2}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\Delta=b^2-4ac$ ஆகும்.

அதிலிருந்து $\Delta\geq 0$ எனின் எனின் மட்டும் $x\in\mathbb{R}$ என நிறுவுக.

மேலும் மேலேயுள்ள சமன்பாட்டை தீர்த்து $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ எனப் பெறுக.

$a, b, c\in\mathbb{Q}$ ஆகவும் $\Delta\geq 0$ ஆகவுமுள்ள போது $x\in\mathbb{Q}'$ ஆவதற்கு தேவையான போதுமான நிபந்தனையை தருக. அதிலிருந்து $x\notin\mathbb{Q}$ ஆவதற்கான நிபந்தனையை உய்த்தறிக.

$a\neq 0$ ஆகவும் $a, b, c\in\mathbb{Q}$ ஆகவுமுள்ள மூன்றாம்படிச் சமன்பாடு $f(x)=ax^3+bx^2+cx+a$ இனை கருதின் $(1-\sqrt{2})$ ஆனது $f(x)=0$ இற்கு ஓர் மூலமெனில் b, c யினை a சார்பில் தருக. அதிலிருந்து $f(x)=0$ இன் எல்லா மூலங்களையும் காண்க.

α, β, γ என்பவை $f(x)=0$ இன் மூலங்கள் எனவும் $\alpha<\beta<\gamma$ எனவும் தரப்பட்டால் α, β வை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச்சமன்பாடு $\left(1+\sqrt{2}\right)x^2-\sqrt{2}x+1=0$ என உய்த்தறிக.

b. $c, d\in\mathbb{R}^+$ ஆக $f(x)=x^4+x^3-(2+d)x^2+d(c+1)x-cd$ ஆகும். $(x-c)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியாகும். $f(x)$ இனை $(x-d)$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதி $cd(d-1)$ ஆகுமெனில் c, d யைக் காண்க. $f(x)$ இனை $\left(x+(c+d)\right)^3$ ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதியை மீதித்தேற்றத்தையும் வகையீட்டையும் பாவிப்பதன் மூலம் காண்க.

12.a. $f(x)=|3^x-1|+|3^x-9|$, $g(x)=3^x$ என்க.

ஆள்கூற்று அச்சுத்தொகுதியில் பொருத்தமான வீச்சினை தெரிவு செய்து இரு வரைபுகளையும் ஒரே தளத்தில் வரைக. அதிலிருந்து $3^x-|3^x-1|-|3^x-9|=0$ ஆனது இரு மெய்த்தீர்வுகளை கொண்டிருக்குமெனக் காட்டி அவற்றைக் காண்க.

மேலும் $\frac{\ln 8}{\ln 3}\leq x\leq\frac{\ln 10}{\ln 3}$ எனின் எனின் மட்டும் $3^x\geq|3^x-1|+|3^x-9|$ என உய்த்தறிக.

(i) $x \in \mathbb{R}$ ஆக சார்பு f ஆனது $2f(x)+3f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. x க்கு பொருத்தமான மேற்படி பதிலீடு செய்வதன் மூலம் $f(x)$ இனைக் காணக.

(ii) f இன் ஆட்சி, வீச்சைக் காண்க. $f(x)$ இன் இழிவுப்பெறுமானம் யாது? அதற்கு ஒத்த x இனைக் தருக. $\lim_{x\to\pm\alpha} f(x)$ இனைக் காண்க. அத்துடன் $y=f(x)$ இன் வரைபை வரைக.

(iii) $g(x)=f(\tan x)$ என்க.

g இனைக் காண்க. $0\le x\le \pi/2$ எனும் ஆயிடையினுள் $g(x)$ இன் வரைபை வரைக. அதன் வீச்சினை எழுதுக.

(iv) g இன் நேர்மாறு சார்பு g^{-1} இனைக் காண்க. g^{-1} இன் ஆட்சி வீச்சினை தருக. $y = g^{-1}(x)$ இனை வரைபு வரைந்துக.

13.a. முதல் தத்துவத்திலிருந்து $y<\frac{\sin\left(x/2\right)}{x/2}$ இன் வகையீட்டைக் காண்க.

$y=Ae^{-2x}+Be^{-x}+\sin x$ இங்கு A, B என்பன மாறிலிகள். $x=0$ ஆகும் போது சார்பின் பெறுமானமும், முதல் பெறுதியின் பெறுமானமும் பூச்சியம் ஆகுமெனில் A =1, B = -1 எனக் காட்டுக.

$\frac{d^2y}{dx^2}+c\frac{dy}{dx}+Dy=3\cos x+\sin x$ ஆக C, D இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

அதிலிருந்து $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\pi}$, $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=\pi}$ இனைக் காண்க.

b. $C\in\mathbb{R}^+$ ஆக $\sqrt{y+x}+\sqrt{y-x}=C$ எனில்

(i) $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\sqrt{\frac{y^2}{x^2}-1}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $y=xe^{-1/x}$ எனின் $x^3\frac{d^3y}{dx^3}+x\frac{d^2y}{dx^2}(3x-1)=0$ எனக் காட்டுக.

c. அடி ஆரை 10 m ஆகவும் உயரம் 25 m ஆகவுமுள்ள ஓர் பொள் செவ்வட்ட கூம்பு வடிவ நீர்த்தொட்டியின் உச்சி கீழேயும் அச்சு நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் நீரானது x m உயரத்திற்கு நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. நீரானது அடியிலுள்ள உச்சியிலுள்ள சிறிய துவாரத்தினூடு கசிகின்றது. தொட்டியிலுள்ள நீர் மட்ட உயரம் குறையும் வீதம் t % ஆகும். கனவளவு குறையும் வீதம் 12t % எனக் காட்டுக.

14.a. $f(x)=\frac{6\left(x^2-8x+1\right)}{(x-2)^3}$ என்க இங்கு $x\neq 2$ ஆகும்.

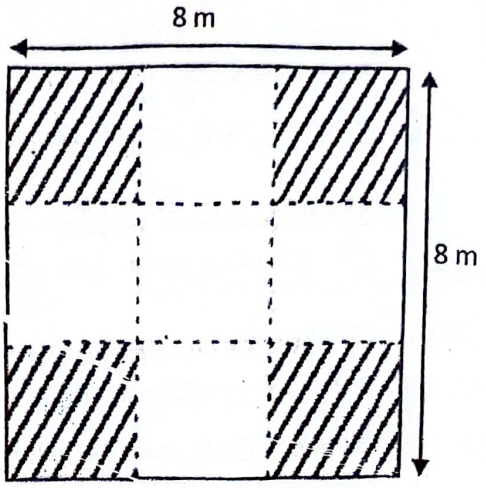
$x\neq 2$ ஆக $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)=\frac{-6\left(x^2-12x-13\right)}{(x-2)^4}$ எனக் காட்டுக.

$y=f(x)$ இன் வரைபை அணுகுகோடுகள், திரும்பல் புள்ளிகள் என்பவற்றை தெளிவாக் காட்டி வரைக. $f''(x)$ ஐக் காண்க.

$y=f(x)$ இன் வரையில் விபத்தியுறும் புள்ளிகளின் x ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$(\sqrt{102}\approx 10$ என்க)

b. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு பக்க நீளம் 8 m ஆகவுடைய சதுர அட்டை ஒன்றின் நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவு சதுரங்கள் வெட்டி அகற்றப்பட்டு எஞ்சிய பகுதி ஒரு திறந்த பெட்டியை உருவாக்கும் வகையில் மடிக்கப்படுகிறது. பெட்டியின் கனவளவு உயர்வாகும் வகையில் பெட்டியின் உயரத்தைக் காண்க.



15.a. (i) பொருத்தமான பிரதியீட்டை பாவித்தோ அல்லது வேறு முறையிலோ

$$\int_{-1}^{1} x(1-x)^{2019}\,dx=\frac{2}{2021}$$ எனக் காட்டுக.

(ii) பகுதிகளாக தொகையிடுவன் மூலம்,

$$\int_{0}^{\pi/2} x^4\sqrt[3]{\frac{x^3}{x^3+1}}\,dx=\frac{\left(\pi^3-12\right)\left(\pi^3+8\right)^{2/3}+96}{320}$$ எனக் காட்டுக.

b. $y_n=\cos^n x$ என்க. இங்கு n ஓர் இரட்டை எண்.

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-n^2y_n+n(n-1)y_{n-2}$$ எனக் காட்டுக.

$I_n=\int_0^{\pi} e^{-x}y_n\,dx$ எனத் தரப்பட்டால் $I_n=1-e^{-\pi}+\int_0^{\pi} e^{-x}\frac{d^2y_n}{dx^2}\,dx$ எனக் காட்டுக. அதிலிருந்து

$n(n-1)I_{n-2}=(n^2+1)I_n-(1-e^{-\pi})$ எனக் காட்டுக.

I_4 இன் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.

c. $y=\ln x$, $y=1$, $x=e^2$ எனும் வளையிகளினால் உள்ளடக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு அண்ணளவாக 2.718 சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

16.a. $2x^2-9xy+9y^2=0$ எனும் சமன்பாடானது வகைக்குறிக்கும் இரு நேர்கோடுகளினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

அந்நேர்கோடுகள் இணைகரமொன்றின் அடுத்துள்ள பக்கங்களின் சமன்பாடுகளும் $x+y+4=0$ ஆனது அவ்வினைகரத்தின் ஓர் மூலைவிட்டமும் ஆகும் எனின் அவ் இணைகரத்தின் மற்றைய இரு பக்கங்களினதும், மற்றைய மூலைவிட்டத்தினதும் சமன்பாட்டைக் காண்க. இணைகரத்தின் பரப்பளவு $12/5$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியினூடு செல்வதும் $2x-y-5=0$ எனும் கோட்டுடன் 45° அமைப்பதுமான கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

b. $U_1=l_1x+m_1y+n_1=0,\ U_2=l_2x+m_2y+n_2=0$ ஆகியவை இரு இடைவெட்டும் நேர்கோடு களின் சமன்பாடுகளும் $U_1=0$ ஆனது $U=0, U_2=0$ எனும் இரு கோடுகளினது கோண இருகூறாக்கியும் எனில் நேர்கோடு $U=0$ இன் சமன்பாடு $2(l_1l_2+m_1m_2)U_1-(l_1^2+m_1^2)U_2=0$ எனக் காட்டுக.

ABCD எனும் சதுரத்தில் A = (3, -1), B = (6, 4) ஆகும்.

(i) சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) அத்துடன் பக்கங்கள் AD, DC யின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

17.a. $\dfrac{1}{1+2\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)}+\dfrac{1}{1+2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)}\equiv\dfrac{1}{2\cos\theta-1}$ எனும் திரிகோண கணித சர்வசமன்பாட்டை நிறுவுக.

b. $\alpha+\beta-\gamma=\pi$ எனில் $\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\gamma=2\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\gamma$ எனக் காட்டுக.

c. வழமையான குறியீட்டில் யாதேனும் ஓர் முக்கோணிக்கு சைன் விதியை கூறுக.
முக்கோணி ABC யில் வழமையான குறிப்பீட்டில்

$$a^3\cos(B-C)+b^3\cos(C-A)+c^3\cos(A-B)=3abc$$ என நிறுவுக.

d. $f(\theta)=4\cos^2\theta+6\sin\theta\cos\theta+12\sin^2\theta$ இனை $a+b\cos(2\theta+\alpha)$ எனும் வடிவில் எடுத்துரைக்க

இங்கு a, b, $\alpha\ \left(0<\alpha<\pi/2\right)$ என்பவை துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும்.

$y=f(\theta)$ இன் வரைபை $[0, \pi]$ எனும் ஆயிடையினுள் வரைக. அதிலிருந்து $f(\theta)=k$ எனும் சமன்பாடானது,

(i) ஒரே ஒரு தீர்வு

(ii) இரு தீர்வுகள்

(iii) மூன்று தீர்வுகள்

(iv) தீர்வுகள் எதுவும் இல்லாதிருக்கும் k இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි/All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය, කොළඹ 07
Royal College - Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, නොවැම්බර් 2019
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சை நவம்பர் 2019
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, November 2019

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

Time : 3hour and 10 minutes

10 T II

பகுதி A

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

01. நேர்கோடொன்றில் d இடைத்தூரத்திலுள்ள P, Q எனும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையில், துணிக்கை A யானது P யில் ஓய்விலிருந்து $f/2$ எனும் ஆர்முடுகலுடன் Q வை நோக்கி இயங்கி அதன் உயர் வேகம் 3U ஐ அடைந்து f உடன் அமர்முடுகுகின்றது. இன்னுமோர் துணிக்கை B யானது $6U/f$ நேரத்தின் பின் 4U எனும் வேகத்துடன் Q விலிருந்து இயங்க ஆரம்பிக்கின்றது.

(i) இரு துணிக்கைகளுக்குமான வேக - நேர வரைபை ஒரே ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் வரைக.

(ii) $U^2 < \frac{2fd}{39}$ எனில் துணிக்கைகள் ஓய்வுக்கு வர முன்னர் ஒரு போதும் மோத மாட்டாது எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. கிடைநிலத்தில் 1m இருந்து உயரத்திலுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து பந்தொன்று கிடையுடன் கீழ்முகமாக $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ எனும் கோணத்தில் 5 ms^{-1} எறியப்படுகின்றது. பந்திற்கும் நிலத்திற்கும் இடையேயான மீளமைவுக்குணகம் $1/5$ எனவும் $g = 10ms^{-2}$ எனவும் கொண்டு பந்தானது முதல் தடவை நிலத்தில் மோதிய பின் 0.25 செக்கன்களுக்குள் ஓய்வுக்கு வரும் எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

03. A எனும் மோட்டார் வாகனமொன்று $3\boldsymbol{i} - \mathbf{j}$ எனும் தானக்காவியையுடைய புள்ளியில் இருந்து $6\boldsymbol{i} + 3\mathbf{j}$ எனும் தானக்காவியை நோக்கி $20\ ms^{-1}$ வேகத்துடன் செல்கிறது. அதே கணத்தில் இன்னுமொரு மோட்டார் வாகனம் B, $4\boldsymbol{i} + 5\mathbf{j}$ எனும் தானக்காவியையுடைய புள்ளியில் இருந்து $7\boldsymbol{i} + 9\mathbf{j}$ எனும் தானக்காவியை நோக்கி $10\ ms^{-1}$ சீரான வேகத்துடன் செல்கிறது. அவ்வியக்கத்தில் A தொடர்பாக B யின் வேகத்தைக் காண்க. அத்துடன் இரு மோட்டார் வாகனங்களுக்குமிடையிலான குறுகிய தூரத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04. வாகனமொன்று கிடை பாதையில் செல்லும் போதுள்ள உயர் கதியானது அவ்வாகனம் கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ எனும் சாய்வில் செல்லும் போது அடையும் உயர்கதியின் இருமடங்காகும். சாய்வுப் பாதையில் உயர்கதியின் அரைவாசியில் மேல்நோக்கி செல்லும் போது புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகலுக்கு எண்ணளவில் சமனான ஆர்முடுகலை பெறுகின்றது. அது எப்போதும் மாறாவலுவுடன் இயங்குகின்றது எனவும் இயக்கத்துக்கான தடைவிசை அதன் வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு நேர்விகித சமன் எனவும் காட்டுக. $g = 10\ ms^{-2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05. l இயற்கை நீளமும் 2mg மீள்தன்மை மட்டு கொண்ட மீள்தன்மை இழையொன்று கிடையான சீலிங்கில் உள்ள புள்ளி P யில் இறுக்கமாக இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனை Q இல் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை தடையில்லாமல் நீட்சியடைய போதுமான இடைவெளி சீலிங்குக்கும் நிலத்திற்கும் உள்ளதென்க. துணிக்கையானது P யில் இருந்து விழவிடப்படுகின்றது. இழையின் நீளம் P யிலிருந்து $x\,(>l)$ ஆக துணிக்கையின் இயக்கம் $\ddot{x}=\frac{2g}{l}\left(x-\frac{3l}{2}\right)$ எனும் ஓர் எளிமை இசை இயக்கம் எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. AB = 12a, BC = 5a ஆகவுள்ள செவ்வகம் ABCD இன் உச்சிகள் A, B, C, D இல் முறையே 4m, 3m, 2m, m திணிவுகளையுடைய துணிக்கைகள் நான்கு நீளா இழைகள் AB, BC, CD, DA யால் இணைக்கப்பட்டு இழைகள் இருக்கமாக இருக்கும் நிலையில் ஓய்வில் உள்ளது. $\vec{CA}$ வழியே துணிக்கை A க்கு I எனும் கணத்தாக்கு விசை கொடுக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு துணிக்கைகளினதும் ஆரம்ப வேகத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07. W நிறையுடைய இரு சமபாரமனான சீர்கோல்கள் PQ, QR என்பவை Q வில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு தொகுதியானது P யிலிருந்து இழையொன்றால் தொங்கவிடப்படுகின்றது. கோல்களின் நடுப்புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்ட நீளா விற்சுருள் ஒன்றால் $P\hat{Q}R = \pi/2$ ஆகவும் கோல் PQ ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் $\alpha\left(<\pi/2\right)$ ஆகவுமுள்ளவாறு சமநிலையிலுள்ளது. $\tan\alpha = 1/3$ எனக் காட்டுக. அத்துடன் Q இல் QR திசையிலான மறுதாக்கம் $\frac{2W}{\sqrt{10}}$ எனக் கட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. AB = a, BC = b ஆகவுள்ள செவ்வகம் ABCD யில் AB, CB, CD, AD வழியே முறையே Q, P, Q, P ஆகிய பருமன்களையுடைய விசைகள் தாக்குகிறது.

(i) தொகுதியானது ஓர் இணைக்கு ஒடுங்குமெனக் காட்டுக.

(ii) மேலேயுள்ள இரு சமாந்தர விசைகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் $\frac{|Pa - Qb|}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09. ஒப்பமான W நிறையுடைய ஏணி AB ஒன்றின் மேல் முனை A யானது ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரொன்றில் தங்கியும் மறுமுனை கிடையுடன் β கோணம் சாய்விலுள்ள (சுவரை நோக்கியில்லா சாய்வு) கரடான சாய்தளமொன்றில் தங்கியும் எல்லைச் சமநிலையிலுள்ளது. உராய்வுக் கோணம் λ ஆகும். ஏணியானது நிலைக்குத்து சுவரோடு அமைக்கும் கோணம் $\tan^{-1}(2\tan(\lambda-\beta))$ எனக் காட்டுக.

10. இணைகரமொன்றின் அடுத்துள்ள இருபக்கங்கள் $3\boldsymbol{i}-2\mathbf{j}, -\boldsymbol{i}-2\mathbf{j}$ இனால் வகைக்குறிக்கப்படின் இரு மூலைவிட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි/All Rights Reserved

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College - Colombo 07

අධිසාමාන්‍ය පෙළ සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, නොවැම්බර් 2019
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) பரீட்சை நவம்பர் 2019
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, November 2019

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	Time : 3 hour and 10 minutes	10	T	II

பகுதி B

* 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை தருக.

11.a. பஸ்ஸொன்று P எனும் பஸ் நிலையத்தில் ஓய்விலிருந்து f எனும் ஆர்முடுகலுடன் நேர்கோட்டில் இயங்குகிறது. பஸ்ஸானது U எனும் வேகத்தை அடையும் போது P க்கு பின்னால் d தூரத்தில் உள்ள Q எனும் புள்ளியிலிருந்து 4U வேகத்துடன் λf எனும் அமர்முடுகலுடன் இயங்கும் மோட்டார் சைக்கிள் T நேரத்தின் பின் பஸ்ஸை சந்திக்கிறது.

(i) இரு வாகனங்களினதும் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வரைபை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(ii) அதிலிருந்து அவை சந்திக்கும் போது பஸ் பிரயாணத்த தூரம் $\left(\frac{U+fT}{2f}\right)^2$ எனக் காட்டுக.

(iii) மோட்டார் சைக்கிள் பிரயாணம் செய்த தூரத்தை காண்பதற்கு இன்னுமோர் கோவையை பெறுக.

(iv) அதிலிருந்து $(1+\lambda)T^2-\left(\frac{6U}{f}\right)T+\left(\frac{U^2}{f^2}-\frac{2d}{f}\right)=0$ எனக் காட்டுக.

(v) $\frac{\lambda-1}{\lambda+1}>\frac{7U^2+4fd}{9U^2}$ எனில் மோட்டார் சைக்கிளானது பஸ்ஸை மீண்டும் சந்திக்குமெனக் காட்டுக.

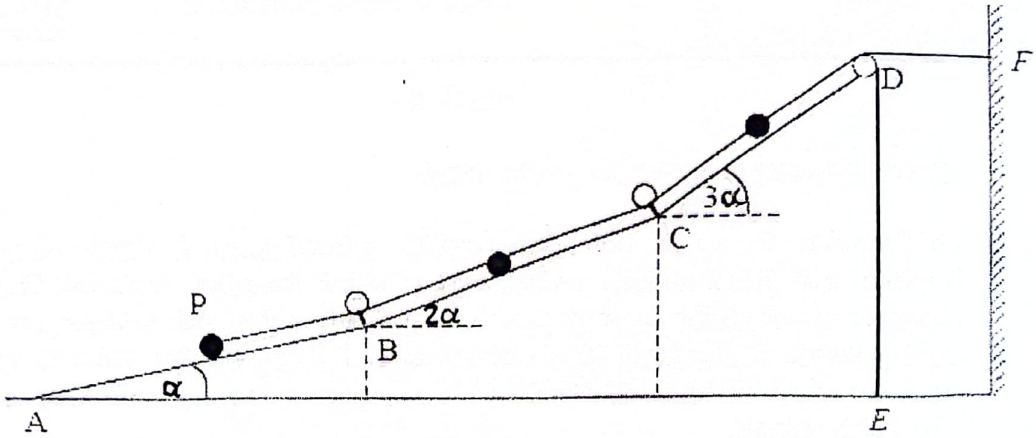
b. கப்பல் ஒன்றின் வேகம் Ui ஆகவும் படகொன்றின் வேகம் $\frac{V}{5}(4i+3j)$ ஆகவுமுள்ளது. $t = 0$ இல் கப்பலின் தானக காவி $(4i+5j)a$ ஆகவும் படகின் தானக் காவி $(i+j)a$ ஆகவுமுள்ளது. இங்கு i, j என்பன முறையே கிழக்கு, வடக்கு திசைகளில் உள்ள அலகுக் காவிகளாகும். a யானது km இலும் V, U என்பன kmh^{-1} இலும் உள்ளது. படகானது கப்பலை சந்திப்பதற்காக உடனடியாக ஓர் நேர்கோட்டு பாதையில் துடுப்பு வலித்து செல்லப்படுகிறது.

(i) கப்பல் தொடர்பாக படகின் வேகத்தை கருத வேக முக்கோணி அமைத்து $V=\frac{20U}{7}$ எனக் காட்டுக.

(ii) படகானது கப்பலை $\frac{7a}{3U}$ எனும் நேரத்தின் பின் சந்திக்கும் எனக் காட்டுக.

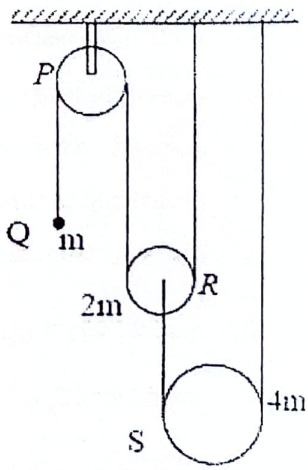
(iii) கப்பலை சந்திப்பதற்கு படகு பிரயாணித்த தூரத்தைக் காண்க. சந்திக்கும் புள்ளியின் தானக் காவி $\frac{a}{3}(19i+15j)$ எனக் காட்டுக.

12.a.



$\frac{m}{4}$ திணிவுடைய ABCDE எனும் ஒப்பமான ஆப்பொன்றின் மையகுறுக்குவெட்டுமுகமானது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு AE, DF என்பவை கிடையாகவும் AB, BC, CD என்பவை கிடையுடன் முறையே $\alpha, 2\alpha, 3\alpha$ கோணத்தை ஆக்குகிறது. நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை நிலைக்குத்து சுவரில் உள்ள F எனும் புள்ளியில் இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் m திணிவு இணைக்கப்பட்டு ஆப்பில் பொருத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பிகள் D யின் மேலாகவும் C, B யின் கீழாகவும் செல்கிறது. இன்னுமோர் இழையில் இணைக்கப்பட்ட 2m, 3m திணிவுகளையுடைய Q, R திணிவுகள் CB, AB க்கு இடையில் உள்ளது. ஆப்பானது ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டு சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடியதாகவுள்ளது. ஆப்பு தொடர்பான P, Q, R எனும் துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகலையும் தளம் தொடர்பான ஆப்பின் ஆர்முடுகலையும் காண்பதற்கு எல்லா சமன்பாடுகளையும் எழுதி ஆப்பின் ஆர்முடுகலை காண்க.

b. தரப்பட்ட உருவில் உள்ள தொகுதியானது 2m, 4m திணிவுடைய முறையே R, S எனும் எனும் நகரும் ஒப்பமான கப்பிகளும் P ஓர் நிலையான ஒப்பமான கப்பியும் ஆகும். தொகுதி மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது எனின் Q, R, S இன் ஆர்முடுகல்கள் முறையே $\frac{4g}{11}, \frac{10g}{11}, \frac{5g}{11}$ எனக் காட்டுக. இழையிலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.



සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

13. O வை மையமாகவுடைய r ஆரையுள்ள ஒப்பமான பொள் கோளமொன்று நிலைப்படுத்தப்பட்டு உள்ளது. அதன் அதிதாழ் புள்ளி A யாகும். 2m திணிவுடைய P எனும் துணிக்கை OA யில் இருந்து இடஞ்சுழியாக $\pi/3$ கோணத்தை ஆக்கும் B எனும் புள்ளியிலிருந்து கீழ்நோக்கி $U_1^2 = 3gr$ எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. அத்துடன் அதே பரமாணங்களையுடைய 3m திணிவுடைய இன்னுமொரு துணிக்கை Q வானது OA யிலிருந்து வலஞ்சுழியாக கோணத்தையாக்கும் புள்ளி C யில் இருந்து கீழ்நோக்கி $U_2^2 = \left(7+\sqrt{3}\right)gr$ எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் சரியாக A யில் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதுகிறது.

(i) சக்திக் காப்புத் தத்துவத்தை பாவித்து மோதுவதற்கு சற்றுமுன் P, Q வின் வேகங்கள் முறையே $2\sqrt{gr}$, $3\sqrt{gr}$ எனக் காட்டுக.

(ii) துணிக்கை P யானது பூரண வட்ட இயக்கத்தை ஆற்றும் எனக் காட்டுக.

(iii) அத்துடன் துணிக்கை Q வானது மோதுகைக்கு பின்னர் அதன் வேகத்துடன் திரும்பும் எனவும் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமெனவும் காட்டுக.

(iv) A யில் மீண்டும் ஒரு போதும் துணிக்கை மோதாது எனக் காட்டுக.

14. கிடையுடன் 60° சாய்வுள்ள PQ எனும் சாய்முகத்தைக் கொண்ட ஆப்பொன்றின் உச்சி P யில் இணைக்கப்பட்ட விற்சுருள் ஒன்றின் மறு முனையில் 2m திணிவுடைய என்னும் A துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் PA = 2a ஆகவுள்ளது. PA இன் திசையில் $v^2 = \frac{12\sqrt{3ga}}{11}$ எனும் வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. விற்சுருளின் நீட்சியை P இலிருந்து $x\ (>l)$ எனக் கொண்டு துணிக்கையானது எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றும். எனக் காட்டி அதன் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} = \frac{3\sqrt{3g}}{11}(x-4a)$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

மேலே உள்ள சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 4a + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ எனத் தரப்படின் A, B, ω என்பவற்றைக் காண்க. அதிலிருந்து அதன் அலைவுமையம், வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க. மீண்டும் இழை அதன் இயற்கை நீளத்தை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க. இவ்வியக்கத்தின் வீச்சத்தைக் காண்க.

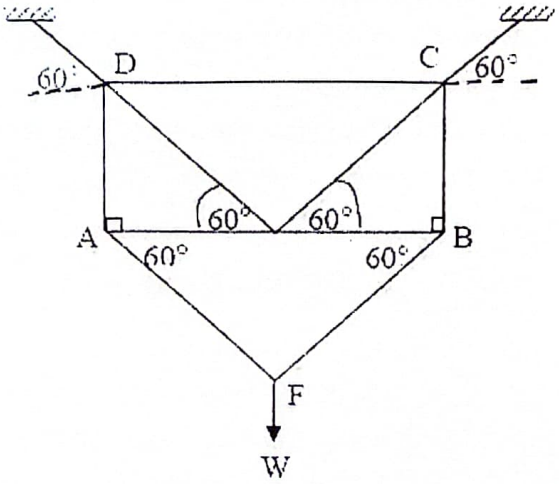
15.a. AB = BC = 4a ஆகவும் CD = DA = 3a ஆகவும் அலகு நிறை W/a ஆகவுமுடைய AB, BC, CD, DA எனும் நான்கு சீர்க்கோல்கள் A, B, C, D யில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு B யிலிருந்து இலேசான இழையொன்றால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. B, D யில் இணைக்கப்பட்ட இலேசான நிலைக்குத்து கோலொன்றால் தொகுதி நிலைக்குத்து தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது.

(i) மூட்டு C யில் உள்ள கிடை, நிலைக்குத்து மறுதாக்கங்கள் முறையே $\frac{42Wa}{25}$, $\frac{6Wa}{25}$ எனக் காட்டுக. அத்துடன் இலேசான கோலிலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(ii) தொகுதியானது A யிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகன்றது. C ஆனது A யிற்கு நிலைக்குத்தா நேர் கீழேயுள்ளது. கோல் BD யை கிடையாக பேணுவதற்காக D யில் P எனும் விசை

பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. C யிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை நிலைக்குத்துக் கூறுகளை காண்பதுடன் வெளி விசை P யின் பருமன் $\frac{37W}{9}$ எனவும் காட்டுக.

b. ஒன்பது இலேசான கோல்கள் அதன் முனைகளில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டு உருவாக்கப்பட்ட சட்டப்படலை படம் காட்டுகின்றது. D, C யில் இணைக்கப்பட்ட நீளா இழைகளில் இருந்து சட்டப்படலானது தொங்கவிடப்படுகிறது. F இல் இணைக்கப்பட்ட W நிறையால் தொகுதியானது நிலைக்குத்து தளமொன்றில் சமநிலையிலுள்ளது. போவின் குறிப்பீட்டில் தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து ஒவ்வொரு கோல்களிலும் உள்ள தகைப்பை கண்டு அவை இழுவையா? உந்தப்பா? என வேறுபடுத்துக.



16.a. OA, OE வழியே கிடை, நிலைகுத்து அச்சுக்களைக் கொண்ட தளத்தில் OABCDEFG யானது $\sqrt{2}a$ பக்கநீளமுடைய ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியாகும். OA, AB, CB, DC, DE, EF, GF OG, OC, EO வழியே முறையே 4P, $\sqrt{2}$ P, P, $3\sqrt{2}$P, 5P, $6\sqrt{2}$P, 3P, $4\sqrt{2}$P, $8\sqrt{2}$P, 7P பருமனுடைய விசைகள் தாக்குகின்றது. இங்கு P, a என்பவை முறையே நியுட்டனிலும், மீற்றரிலும் அளவிடப்படும் நேர்க் கணியங்களாகும். அத்துடன் $5\sqrt{2}$Pa பருமனுடைய இணையொன்று வலஞ்சுலி போக்கில் இத் தளத் தொகுதியில் தாக்குகின்றது.

(i) விளையுள் விசையின் பருமனையும் திசையையும் காண்க. அத்துடன் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டை பெறுக.

(ii) அவ்விளையுளானது புள்ளி A யினூடாக செல்லக்கூடியவாறு புதிய இணையொன்று தொகுதியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

b. இரு காவிகள் குற்றுப் பெருக்கத்தை வரையறுக்குக.

அதிலிருந்து $\mathbf{a}.\mathbf{a} = |\mathbf{a}|^2$ எனக் காட்டுக.

$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ இன் பெறுமானங்கள் முறையே 3, 4, 5 என்க. அத்துடன் மேலேயுள்ள காவிகள் முறையே $\mathbf{b}+\mathbf{c}$, $\mathbf{c}+\mathbf{a}$, $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ எனும் காவிகளுக்கு செங்குத்தாகும் எனில் $(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}).(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})$ இனை காண்க. அதிலிருந்து $|\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}| = 5\sqrt{2}$ என உய்த்தறிக.

$\overline{OP} = r[\cos\theta i + \sin\theta j]$ என்க இங்கு r ஆனது O விலிருந்து அளக்கப்பட்ட தூரமாகும். அத்துடன் θ வானது நேர் x அச்சுடன் இடஞ்சுழிபோக்கில் அளக்கப்படும் கோணமாகும். $\overline{OP}$ க்கு செங்குத்தான இரு அலகுக் காவிகளைப் பெறுக.

அதனை ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

Past Papers Wiki

17.a. m திணிவுடைய சீரான சதுரமுகிக் குற்றியொன்று ஓர் விளிம்பு உராய்வுக் குணகம் μ வையுடைய கரடான கிடைநிலத்தில் தங்கியும், இன்னுமோர் விளிம்பு உராய்வுக் குணகம் $\mu/4$ வை உடைய நிலக்குத்து சுவரொன்றிலும் தங்கி எல்லைச் சமநிலையிலுள்ளது. இவ்விளிம்புகளை உள்ளடக்கிய முகமானது கிடையுடன் $\beta\left(<\pi/4\right)$ கோணம் சாய்விலுள்ளது. நிலத்திலும் சுவரிலும் தாக்கும் விளையுள் விசையானது சதுரமுகியின் மூலைவிட்டம் வழியே தாக்குமாயின்

(i) தொடுகைப் புள்ளிகளில் உள்ள செவ்வன் மறுதாக்கத்தை μ, m இல் காண்க.

(ii) $\beta=\tan^{-1}\left(\frac{4-\mu^2}{\mu^2+8\mu+4}\right)$ எனக் காட்டுக.

b. a நீளமும் 2W நிறைமுடைய சீரான கோல் PQ ஆனது கிடையுடன் 30° சாய்விலுள்ள சாய்தளத்தை தொட்டவாறு சமநிலையிலுள்ளது. மற்றைய முனையானது கரடான கிடைத்தரையை தொடுவதுடன் புள்ளி R இல் உள்ள முளை ஒன்றிலும் தொடுகின்றது. இங்கு $QR=a/4$ ஆகும். μ உராய்வுக் குணகம் ஆயின்

(i) $\mu=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

(ii) P, R இல் உராய்வு விசைகளைக் காண்க.