ROYAL COLLEGE, COLOMBO - 07

றோயல் கல்லூரி கொழும்பு - 07

Second Term Examination - September 2024

இரண்டாந்தவணைப் பரீட்சை - செப்டெம்பர் 2024

Combined Mathematics

இணைந்த கணிதம்

Grade 12 **Time : 2 Hours 30 Minutes**

தரம் 12 **நேரம் : 2 மணி 30 நிமிடங்கள்**

சுட்டெண் : ..... **தரம் :** .....

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 8), **பகுதி B** (வினாக்கள் 09 - 13) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B**
  நான்கு வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

---

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
	1	
	2	
	3	
	4	
A	5	
	6	
	7	
	8	
	மொத்தம்	
B	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
புள்ளிகளைத் பரீசீலித்தவர் : 1 / 2	
மேற்பார்வை செய்தவர் :	

பகுதி A

1. $\dfrac{(x^2-2x+5)(x^2-4)(x+7)^5(x+1)^2}{(x+3)} \geq 0$ எனும் சமனிலியை திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்யெண் பெறுமானத்தொடையை ஆயிடை குறியீடு மூலம் தருக.

2. $y = 2|x-3|, y = |x^2-9|$ எனும் சார்புகளின் வரைபை ஒரே ஆள்கூற்று தளத்தில் வரைக. அதிலிருந்தோ அல்லது வேறு விதமாகவோ $2|x-3|-|x^2-9| \geq 0$ எனும் சமனிலி திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானத் தொடையைக் காண்க.

3. $a, b \in Z$, $a.b < 0$ ஆக $f(x) = 2x^3 + x^2 + ax + b$ என்க. $x^2 + x + 1$ ஆனது $f(x)$ இன் ஓர் காரணியாகுமெனில் a, b யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4. $a, b, c \in \Re$ ஆக $ax^2 + a^2x + 1 = 0, bx^2 + b^2x + 1 = 0$ எனும் இரு, இருபடிச்சமன்பாடுகளும் ஒரு பொது மூலத்தை கொண்டிருக்குமெனில் பொது மூலம் அல்லாத மற்றைய இரண்டு மூலங்களும் $abx^2 + x + a^2b^2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்திப்படுத்தும் எனக்காட்டுக.

5. தீர்க்க : $x+lg\left(2^x+1\right)=xlg5+lg6$

6. $\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos 2x)\,(1-\cos 4x)\,(1-\cos 6x)\,\ldots\ldots(1-\cos 2nx)}{x^{2n}}=2^n(n!)^2$ எனக்காட்டுக.

Past Papers Wiki

7. $A \equiv (3, 4), B \equiv (7, 6)$ எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டை $x + y - 10$ எனும் கோடு P யில் இடைவெட்டுகிறது. AP : PB இனைக் காண்க.

8. $y = \cos x$ இன் வரைபை $x \varepsilon \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ எனும் ஆயிடையினுள் வரைக. அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ $0 < \beta < \frac{\pi}{3}$ எனத் தரப்பட்டால் $\frac{\cos\beta}{\beta} > \frac{3}{2\pi}$ எனக்காட்டுக.

பகுதி - B

எவையேனும் நான்கு வினாக்களுக்கு விடை தருக.

9. (a) $a, b, c \in \Re$ ஆக $f(x) = (a-2b+c)x^2 + (a+b+c)x - 2a + b - 2c$ என்க. a, b, c என்பவை கூட்டல் விருத்தியொன்றின் அடுத்துவரும் உறுப்புகளாக அமையாவிட்டால் $F(x) = 0$ எனும் சமன்பாடு ஒரு சோடி மூலங்களைக் கொண்டிருக்குமெனக் காட்டுக. சமன்பாட்டைத் தீர்க்காது $(a, b, c) \in \Re$ ஆக 1 ஆனது $F(x) = 0$ இன் மூலம் எனக்காட்டுக. $F(x) = 0$ இன் தன்மை காட்டியை a, b, c யில் தருக. அதிலிருந்து மேலேயுள்ள மூலங்கள் மெய்யானது எனக்காட்டுக. $(a, b, c) \equiv (k, 1, k)$ என்க. மூலகங்களின் பெருக்குத்தொகை, கூட்டுத்தொகைக்கான கோவைகளை k இல் காண்க. $F(x) = 0$ இன் ஒரு மூலம் 1 யை விட பெரிதாக அமையத்தக்கதாக k இன் பெறுமானவீச்சை ஆயிடை குறியீட்டில் தருக.

(b) f ஆனது படி 3 இல் உள்ள பல்லுறுப்பிச் சார்பாகும். $f(x)$ இனை $(x-1), (x-2), (x-3)$ ஆல் தனித்தனியாக வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி 7 ஆகும். மேலும் 0 இன் விம்பம் (-5) எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $f(x)$ இனைக் கண்டு அதனை நியம வடிவில் எடுத்துரைக்க மேலும் $f(x-1) - 22x + 27 \leq 0$ எனும் சமனிலி திருப்திப்படுத்தும் x இன் பெறுமானவீச்சை உய்த்தறிக.

---

10. (a) (i) $y = x|x-4|$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக. வரைபைப் பயன்படுத்தி $x|x-4| - 2 \geq 0$ எனும் சமனிலி திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்ப்பெறுமானத் தொடையைக் காண்க. அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ $x|x-8| - 8 \geq 0$ எனும் சமனிலி திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்ப்பெறுமானத் தொடையைக் காண்க.

(ii) $\left|\frac{4x}{x+2}\right| \geq 4 - x$ எனும் சமனிலியை திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்பெறுமானத் தொடையை வரைபு முறையிலோ அல்லது அட்சரக்கணிதமுறையிலோ காண்க.

(b) சுட்டிவிதிகளை பாவிப்பதன் மூலம் $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ எனக்காட்டுக.

$\log_{a^q} x^p = \frac{p}{q} \log_a x$ என்பதை உய்த்தறிக.

$a, b, x > 0$, $a, c \neq 1$, $p, q \in Q$, $q \neq 0$ ஆக

$\log_{a^{(2r-1)!}} x^{(2r)!} + \log_{a^{(4r-1)!}} x^{(4r)!} + \log_{a^{(6r-1)!}} x^{(6r)!} + \ldots + \ldots\ldots \log_{a^{(100r-1)!}} x^{(100r)!} = \log_a x^{2550r}$

எனக்காட்டுக.

(இங்கு $r \in Z_0^+$, $n \in Z_0^+$ எனில் $n! = 1 \times 2 \times 3 \ldots\ldots\ldots n$)

සියලුම විෂයන්ට අදාළ ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

Past Papers Wiki

11. (a) I. n ஓர் நேர்நிறையெண்ணாக $\lim_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}=na^{n-1}$ எனக்காட்டுக. அதிலிருந்து n மறை நிறையெண்ணாகும் போது முடிவை உய்த்தறிக. மேலும் n ஆனது விகிதமுறு எண்ணாகும் போதும் உண்மை எனக்காட்டுக. (n இனை p/q எனும் வடிவத்தில் கருதுக. இங்கு $p, q \in Z, q \neq 0$)

II. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{3x+13}-2}{x^3-1}=\frac{1}{4^n}$ எனில் n இனைக் காண்க. (இங்கு $n \in Q$)

III. $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sec^5 x-\sqrt{32}}{\sin x-\cos x}\right)\left(\frac{64x^3-\pi^3}{1-\sqrt{2}\cos x}\right)=k\pi^2$

$k \in \Re$ ஆக k இனைக் காண்க.

(b) $x \neq \pm 1$ ஆக $\frac{2x^4+5}{(x^2-1)(x^2+2)}$ இனை பகுதிப்பின்னங்களாகத் தருக.

அதிலிருந்து $\frac{2x^4+80}{(x^2-4)(x^2+8)}$ இன் பகுதிப்பின்னத்தை உய்த்தறிக. இங்கு $x \neq \pm 2$.

---

12. (a) f ஆனது படி இரண்டில் உள்ள பல்லுறுப்பிச்சார்பாகும். சார்பு f இன் மிகக்குறைந்த வீச்சு 4 ஆகும். அத்துடன் $y=f(x)$ ஆனது $x=1$ எனும் கோடு பற்றி சமச்சீரானது. மேலும் புள்ளி $A \equiv (2, 5)$ யானது $y=f(x)$ இல் அமைந்திருந்தால் $f(x)$ இனைக் காண்க. இச்சார்பின் ஆட்சி, இணையாட்சி என்பவற்றை எழுதுக. $y=f(x)$ இன் வரைபை ஆள்கூற்று அச்சில் வரைக. $x \leq 1$ ஆக $g(x) \equiv \sqrt{f(x)-4}$ என்க. $g(x)$ இனை x இல் தருக. $g^{-1}(x)$ இனைக் காண்க. சார்பு g^{-1} இன் ஆட்சி, இணையாட்சி என்பவற்றைக் காண்க. g^{-1} இன் வரைபையும் வரைக. மேலும் $x \geq 0$ ஆக $y=\left|g^{-1}\sqrt{x}\right|$ இன் மெய்விம்பங்களின் தொடையை வரைபு மூலம் காட்டுக.

(b) $f(x)=\left|x^2-4x+1\right|$ இன் வரைபை வரைக. வளையியானது x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள் A, B எனில் A, B யினை எழுதுக. A, B க்கு இடையில் உள்ள வளையியில் உயர்வுப் பெறுமானம் C எனில் C யின் ஆள்கூறைக் காண்க.

I. மேலும் கோடுகள் AC, BC ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமையாது எனக்காட்டுக.

II. C யினை மையமாகவும் AC யினை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டம் S இன் பரப்பை π இல் காண்க.

III. புள்ளி $D=(2+2\sqrt{3}, 1)$ இல் இருந்து வட்டம் S இற்கு வரையப்பட்ட தொடலிகள் வட்டத்தை சந்திக்கும் புள்ளிகள் X, Y எனில் நாற்பக்கல் DXCY இன் பரப்பைக் காண்க.

IV. கோடு DC யானது வட்டம் S இனை இடைவெட்டும் புள்ளி Q எனில் Q இன் ஆள்கூறு $(5, 3-\sqrt{3})$ எனக்காட்டுக.

13. (a) $\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right)=\theta$ எனில் $\frac{x^2}{a^2}-\frac{2xy}{ab}\cos\theta+\frac{y^2}{b^2}=\sin^2\theta$ எனக்காட்டுக.

(b) $f(\theta)=\cos^6\theta+\sin^6\theta$ என்க. $f(\theta)$ இனை $a+b\cos(4\theta+\alpha)$ எனும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு $a\ (>0)$, b, α என்பவை துணியப்படவேண்டிய மாறிலிகள். அதிலிருந்து $f(\theta)$ இன் உயர்வு, இழிவுப்பெறுமானங்களைக் காண்க. மேலும் $y=f(\theta)$ இன் வரைபை $0\le\theta\le\pi$ எனும் வீச்சினுள் வரைக. அதிலிருந்து $0\le\theta\le\pi$ எனும் வீச்சினுள் $\cos 4\theta+1=0$ எனும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளைக் காண்க.

(c) வழமையான குறிப்பீட்டில் முக்கோணி ABC யிற்கு கோசைன் விதியை கூறி நிறுவுக. வழமையான குறிப்பீட்டில் முக்கோணி ABC இல் $a=4$, $b=3$ உச்சிகள் A, B யில் இருந்து பக்கங்களுக்கு வரையப்பட்ட இடையங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமைந்தால் $\cos C=\frac{5}{6}$ எனக்காட்டுக.

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

ROYAL COLLEGE, COLOMBO - 07

றோயல் கல்லூரி கொழும்பு - 07

Second Term Examination - September 2024

இரண்டாந்தவணைப் பரீட்சை - செப்டெம்பர் 2024

Combined Mathematics - II

இணைந்த கணிதம் - II

Grade 12 **Time : 2 Hours 30 Minutes**

தரம் 12 **நேரம் : 2 மணி 30 நிமிடங்கள்**

சுட்டெண் : ..... **தரம் :** .....

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 8), **பகுதி B** (வினாக்கள் 09 - 13) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- **பகுதி A**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B**
  நான்கு வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

---

(10) இணைந்த கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
	1	
	2	
	3	
	4	
A	5	
	6	
	7	
	8	
	மொத்தம்	
B	9	
	10	
	11	
	12	
	13	
	மொத்தம்	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
1 புள்ளிகளைத் பரீசீலித்தவர் : 2	
மேற்பார்வை செய்தவர் :	

பகுதி A

1. நிலைத்த புள்ளி O இலிருந்து நேர்கோடு ஒன்றின் வழியே இயங்கும் ஓர் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி S ஆனது $t \geq 0$ ஆக $S = 2\sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றது. துணிக்கையின் ஆரம்ப இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க. துணிக்கை அதியுயர் இடப்பெயர்ச்சியை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க. $t = \frac{2\pi}{3}$ செக்கனின் பின்னர் துணிக்கையானது புள்ளி O இற்கு $1\ ms^{-1}$ என்னும் கதியில் திரும்புகிறது. இடப்பெயர்ச்சி - நேர வரைபை வரைக. மேலும் ஆரம்பத்திலிருந்து, மீண்டும் துணிக்கையானது புள்ளி O ஐ அடைய எடுத்த நேரத்தை காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. எறியல் வேகம் u உடனும் எறியற் கோணம் θ உடனும் எறியப்படும் ஓர் எறிபடையின் பாதையின் சமன்பாடு $y = Tx - \frac{g}{2u^2}\left(1 + T^2\right)x^2$ இனால் தரப்படும் எனக்காட்டுக. இங்கு $T = \tan\theta$.

இதிலிருந்து துணிக்கையின் அதிகூடிய இடப்பெயர்ச்சி R ஆனது $R = \frac{u^2}{g}$ இனால் தரப்படும் எனக்காட்டுக. இந்த துணிக்கையானது எறியற்புள்ளியிலிருந்து $\frac{R}{2}$ தூரத்திலுள்ள $\frac{R}{4}$ உயரமான கோல் ஒன்றின் உச்சியை மட்டுமட்டாக கடந்து செல்கின்றது. இந்த துணிக்கையின் இயக்கம் பாதையின் சமன்பாடு $T^2 - 4T + 3 = 0$ எனக்காட்டுக.
அத்துடன் இந்த வகையில் இரு எறியற்கோணங்கள் அமையும் எனவும் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன இரு பூச்சியமற்ற காவிகளாக இருக்க, $|\underline{a}+\underline{b}|=|\underline{a}|$ ஆகும். காவி $2\underline{a}+\lambda\underline{b}$ ஆனது $\underline{b}$ இற்கு செங்குத்து எனில் λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. ($\lambda \in \Re$)

4. 60 m நீளமுடைய ஓர் பயணிகள் புகைவண்டி 80 km h^{-1} என்னும் கதியில் பயணிக்கிறது. இன்னொரு 120 m நீளமுடைய கார்கோ புகையிரம் 30 km h^{-1} என்னும் கதியில் பயணிக்கிறது.
இரு புகையிரத வண்டிகளும் ஒரே திசையில் பயணிக்கும் போதும் எதிர்த்திசையில் பயணிக்கும் போதும், பயணிகள் புகையிரதமானது கார்கோ புகையிரதத்தை கடக்க எடுக்கும் நேரங்களுக்கிடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

5. $\underline{F}_1 = 2\sin\theta\,\underline{i}$, $\underline{F}_2 = -3\cos\theta\underline{i} + 4\cos\theta\,\underline{j}$, $\underline{F}_3 = -2\sin\theta\,\underline{i} - 3\cos\,\underline{j}$, $\underline{F}_4 = 3\cos\theta\,\underline{i}$, $\underline{F}_5 = -\cos\theta\,\underline{j}$ என்னும் விசைகளானது முறையே $2\underline{i}$, $\underline{i} + 4\underline{j}$, $2\underline{i} + 3\underline{j}$, $-3\underline{i} - 2\underline{j}$, $-3\underline{i}$ என்னும் புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன. இத்தொகுதி ஓர் இணைக்கு சமவலுவானது எனக்காட்டுக. இவ் இணையின் திருப்பத்தின் பருமனைக் காண்க. இதிலிருந்து, இணையானது உயர்வாக இருக்கக்கூடிய θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

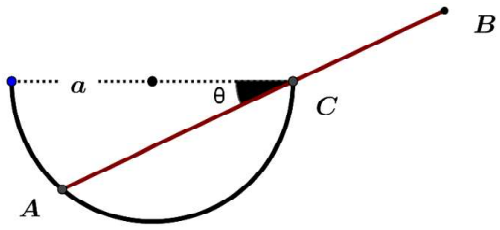
.....

.....

.....

.....

6. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு $3a$ நீளமுடைய ஒரு சீரான கோல் AB ஆனது ஆரை a ஆகவுடைய அரைக்கோள குவளை ஒன்றினுள் சமநிலையில் உள்ளது. $8\cos^2\theta - 3\cos\theta = 4$ எனக்காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

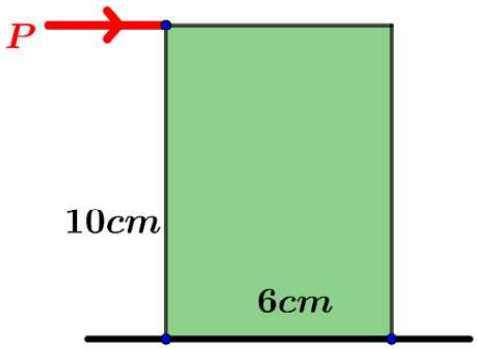
.....

.....

Past Papers Wiki

7. P, Q, R என்னும் 3 நிகர்த்த சமாந்தர விசைகள் ABC என்னும் முக்கோணியின் உச்சிகளில் தாக்குகிறது. இந்த 3 விசைகளினதும் விளையுளானது முக்கோணியின் நிமிர்வட்ட மையத்தினூடு சென்றால் P : Q : R = tan A : tan B : tan C எனக்காட்டுக.

8. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு 20 N நிறையுடைய ஓர் கனவடிவ குற்றி கரடான கிடைத்தளம் ஒன்றின் மீது வைக்கப்பட்டு அதன் ஓர் உச்சியில் படிப்படியாக அதிகரிக்கும் ஓர் கிடை விசை P பிரயோகிக்கப்படுகிறது. குற்றியானது கவிழுவதற்கு முன்னர் வழுக்குவதற்கு உராய்வுக் குணகத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



பகுதி - B

எவையேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை தருக.

9. (a) தரையிலிருந்து $2h$ உயரத்திலுள்ள புள்ளி A இலிருந்து P என்ற துணிக்கையானது மேல்நோக்கி u என்னும் வேகத்தில் நிலைக்குத்தாக எறியப்படும் அதே கணத்தில், A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே h உயரத்திலுள்ள புள்ளி B இலிருந்து Q என்ற துணிக்கை நிலைக்குத்துதாக கீழ்நோக்கி ku வேகத்தில் எறியப்படுகிறது. $(0 < k < 1)$ P ஆனது அதன் அதியுயர் உயரத்தை அடையும் வரைக்கும் இரு துணிக்கைகளுக்குமான வேக- நேர வரைபை ஒரே படத்தில் வரைக.

(i) P, Q என்பன மோதுகை அடைந்தால், மோதுகைக்கான நேரம் $\frac{h}{u(1+k)}$ எனக்காட்டுக.

(ii) மோதும் கணத்தில் P இன் வேகம் யாது?

(iii) புள்ளி A இலிருந்து மோதுகை அடையும் உயரம் $\frac{h(2u^2k - gh + 2u^2)}{2u^2(1+k)^2}$ எனக்காட்டுக.

(iv) இரு துணிக்கைகளும் மோதுகை அடையாமல் இயங்கினால், P ஆனது, அதன் அதியுயர் உயரத்தை அடைய முன்னர் Q ஆனது தரையை அடிக்குமாயின் $k > \frac{6hg - u^2}{2u^2}$ எனக்காட்டுக.

(ii) h உயரமுடைய OA என்னும் நிலைக்குத்தான அவதானிப்பு கோபுரம் ஒன்றின் உச்சிப்புள்ளி A, தரையிலுள்ள புள்ளி O என்பவற்றில் இரு போர் வீரர்கள் ஒரே வகையான துப்பாக்கிகளுடன் காவல் கடமையில் உள்ளனர். குறித்த ஓர் கணத்தில், தரையிலிருந்து கிடையாக a தூரத்திலும் நிலைக்குத்தாக $b(>h)$ உயரத்திலும் ஓர் இலகுரக விமானம் D, இரு வீரர்களினாலும் அவதானிக்கப்பட்டு அதனை சுட்டு வீழ்த்தும் நோக்கில் இருவரும் துப்பாக்கி குண்டினால் சுடுகின்றனர். A, O இலிருந்து வெளியேறும் குண்டுகள் A′, O′ என்பவற்றின் எறியல் வேகங்கள் u ஆகவும், அவற்றின் எறியற்கோணங்கள் முறையே α, θ எனவும் கொள்க. இங்கு $(\theta > \alpha)$

(i) O இனூடான கிடைக்கோட்டை x - அச்சாகவும் நிலைக்குத்து கோட்டை y - அச்சாகவும் கொண்டு குண்டு O′ இன் இயக்கப்பாதையின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

(ii) x, y, θ இற்கு பொருத்தமான பிரதியீட்டை உபயோப்பதன் மூலம், குண்டு A′ இன் இயக்கப்பாதையின் சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

සියලුම විෂයන්ට අදාල ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

(iii) குண்டு O′ இன் கிடைவீச்சு $\frac{2u^2 \tan\theta}{g \sec^2\theta}$ எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து $u < \sqrt{ag}$ எனில் குண்டு O′ ஆனது விமானம் D ஐ அடிக்க இயலாது எனக்காட்டுக.

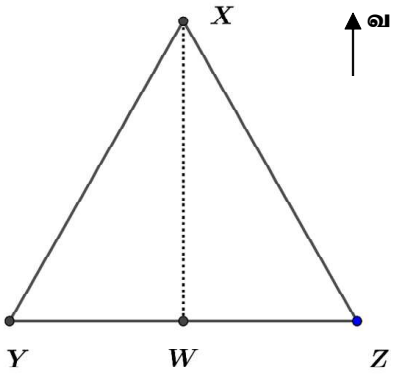
(iv) குண்டு O′ ஆனது விமானம் D ஐ அடிப்பதற்கு $ga^2 \tan^2\theta - 2u^2 a \tan\theta + 2u^2 b + a^2 g = 0$ ஆக வேண்டும் எனக்காட்டுக.

(v) $a = 2b$ என தரப்பட்டால், O′ ஆனது D ஐ அடிப்பதற்கு இரு கோணங்களில் எறியப்படுவதற்கு $u^4 - agu^2 - a^2 g^2 > 0$ எனக்காட்டுக.

(vi) குண்டுகள் A′, O′ என்பன ஒரே நேரத்தில் விமானம் D ஐ அடிப்பதற்கு, குண்டு O′ ஆனது சுடப்பட்டு $\frac{a}{u}\left(\frac{\cos\alpha - \cos\theta}{\cos\alpha.\cos\theta}\right)$ என்னும் நேரத்தின் பின்னரே குண்டு A′ ஆனது சுடப்பட வேண்டும் எனக்காட்டுக.

---

10. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு X, Y, Z என்னும் கொடிகள் ஓர் சமபக்க முக்கோணத்தின் உச்சிப்புள்ளிகளில் இருக்குமாறு ஒரு மைதானத்தில் நாட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு XY = a, நிலையான வளியில் v வேகத்தில் பயணிக்கும் ஓர் சைக்கிளோட்டி $\overrightarrow{XY}, \overrightarrow{YZ}, \overrightarrow{ZX}$ என்னும் திசைகளில் பயணிக்கின்றான். YZ இன் நடுப்புள்ளி W. வளியானது $\overrightarrow{XW}$ திசையில், u என்னும் கதியில் கிடையாக வீசுகிறது. $(u < v)$



(a) X இலிருந்து Y இற்கு பயணிப்பதற்கான நேரம் t_1
Y இலிருந்து Z இற்கு பயணிப்பதற்கான நேரம் t_2
Z இலிருந்து X இற்கு பயணிப்பதற்கான நேரம் t_3 ஆ

(i) $t_1 < t_3$ எனக்காட்டுக.

(ii) சைக்கிளோட்டி மீண்டும் X இற்கு வருவதற்கான நேரம் $\left(\frac{a}{v^2 - u^2}\right)\left(\sqrt{4v^2 - u^2} + \sqrt{v^2 - u^2}\right)$ எனக்காட்டுக.

(b) மேலுள்ள சந்தர்ப்பத்தில் சைக்கிளோட்டி புள்ளி Y ஐ அடையும்போது, Y இலிருந்து தெற்கே 12 அலகு தூரத்தில் நாய் ஒன்று $\frac{b}{2}$ என்னும் கதியில் 030° என்னும் திசை கோளில் பயணிக்கிறது. இங்கு $b = \sqrt{v^2 - u^2}$

(i) நாயானது சைக்கிளோட்டியுடன் மோதாது எனக்காட்டுக.

(ii) நாயிற்கும் சைக்கிளோட்டியிற்கும் இடையிலான மிகக் கிட்டிய தூரம் $6\sqrt{3}$ அலகு எனக்காட்டுக.

(iii) போட்டி ஆரம்பித்ததிலிருந்து, நாயானது சைக்கிளோட்டிக்கு மிகக் கிட்டவாக வரும் வரைக்குமான நேரம் யாது?

PAST PAPERS WIKI

11. இரு காவிகளின் எண்ணிப்பெருக்கத்தை வரையறுக்க.

நாற்பக்கல் ABCD இல் AB, DC என்பன ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தர பக்கங்கள் ஆகும். உற்பத்தி O குறித்து A, B, D என்னும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}, \underline{d}$ என்பன $\underline{a} = -(\underline{i} + \underline{j}), \underline{b} = \underline{i} + 4\underline{j}, \underline{d} = 4\underline{i} - 2\underline{j})$ இனால் தரப்பட்டுள்ளது.

புள்ளி C இன் தானக்காவி $\underline{c}$ ஆனது $\underline{c} = \alpha(\underline{i} + \underline{j})$ இனால் தரப்பட்டால் α இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

மூலைவிட்டங்கள் AC, BD என்பன புள்ளி E இல் இடைவெட்டுகின்றன. ΔOAE ஐ கருதியோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ $\overrightarrow{OE}$ ஆனது $\overrightarrow{OE} = \lambda\underline{a} + (1-\lambda)\underline{c}$ இனால் தரப்படும் எனக்காட்டுக.

மேலும் ΔOBE ஐ கருதியோ அல்லது வேறு விதமாகவோ காவி $\overrightarrow{OE}$ ஆனது $\overrightarrow{OE} = \mu\underline{b} + (1-\mu)\underline{d}$ இனால் தரப்படலாம் எனக்காட்டி λ, μ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து புள்ளி E ஆனது மூலைவிட்டத்தை பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க.

$A\hat{D}B$ ஐ $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BD}$ இன் சார்பாக காண்க. $A\hat{C}B$ இன் பருமனைக் கண்டு ABCD ஆனது ஓர் வட்ட நாற்பக்கலாக இருக்க முடியாது எனவும் காட்டுக.

---

12. (a) புள்ளி $P_r = (x_r, y_r)$ இல் தாக்கும் ஒரு தள விசை தொகுதி $F_r = (X_r, Y_r)$ ஐ கருதுக. இங்கு $r = 1,2,3,.....n$ இந்த ஒரு தளவிசை தொகுதியானது உற்பத்தி O இல் தாக்கும் தனிவிசை R ஆகவும் ஓர் இணை G ஆகவும் ஒடுக்கப்படலாம் எனக்காட்டுக.

இத்தனிவிசை R இன் பருமன், திசை என்பவற்றை காண்க. மேலும் O இல் தாக்கும் தனிவிசை R உம் இணை G உம் புள்ளி $P = (x', y')$ இல் தாக்கும் தனிவிசை R' ஆகவும் இணை G' ஆகவும் ஒடுக்கப்படலாம் எனக்காட்டுக.

இங்கு $R' = R,\ G' = G - x'Y + y'X$

இங்கு X, Y என்பன தொகுதியின் கிடை, நிலைக்குத்து திசைகள் வழியே பிரிக்கப்பட்ட விசைளின் அட்சர கணித கூட்டுத்தொகை ஆகும்.

இத்தனிவிசை R', இணை G' என்பன $G - xY + yX = 0$ ஐ சமன்பாடாகக் கொண்ட கோட்டின் வழியே தாக்கும் தனிவிசைக்கு சமவலுவானது எனக்காட்டுக.

(b) ஆள்கூற்று தளம் ஒன்றிலுள்ள புள்ளிகள் A, B, C என்பவற்றின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(0, 0), (2a, 0), \left(a, \sqrt{3}a\right)$ ஆகும். இத்தளத்தில் தாக்கும் ஒரு தள விசைத்தொகுதியின் புள்ளிகள் A, B, C பற்றிய திருப்பங்கள் முறையே $\frac{G}{2}$, $2G$, $3G$ ஆகும்.

සියලුම විෂයන්ට අදාළ ප්‍රශ්න පත්‍ර/පිළිතුරු පත්‍ර/සටහන් ලබා ගැනීමට Past Papers Wiki වෙත පිවිසෙන්න

Past Papers Wiki

இவ்விசை தொகுதியின் கிடை, நிலைக்குத்து திசை வழியே பிரிக்கப்பட்ட விசைக் கூறுகளின் அட்சர கணிதக் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டு, விளையுள் விசையின் பருமன் $\frac{\sqrt{19}}{2}$ எனவும் இதன் திசை கிழக்கிலிருந்து தெற்காக $\tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}G}{7}\right)$ எனவும் காட்டுக.

விளையுளின் தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாடு $3\sqrt{3}x+7y+2\sqrt{3}a=0$ எனவும் காட்டுக.

---

13. (a) கரடான தரையில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு விளிம்பு கிடையாகவுள்ள அரைக்கோளக் கிண்ணம் ஒன்றினுள் W நிறையுடைய கோல் முற்றுமுழுதாக உள்ளே வைக்கப் பட்டுள்ளது. இக்கோலானது அரைக்கோள மையத்தில் 2θ கோணத்தை ஆக்குகிறது. உராய்வுக்கோணம் λ ஐ பயன்படுத்தி, கோலானது கிடையாக சமநிலையில் இருக்க முடியாது எனக்காட்டுக. (கோலானது மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் கோணம் α ஆக்குகிறது எனக்கொள்க)

(b) மேலும் $\theta=\frac{\pi}{4}, \lambda=\frac{\pi}{8}$ என தரப்படும் போது சமநிலை பேணப்படுமாயின் சீரற்ற கோல் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையமானது அக்கோலை $k+1:k-1$ என்னும் விகிதத்தில் பிரிக்கிறது எனக்காட்டுக.

இங்கு k ஓர் மெய்மாறிலி. மேலும் கோலின் முனைகளில் ஏற்படுத்தப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

மேலும் கோலின் முனைகளில் உருவாக்கப்படும் விளையுள் விசைகளின் விகிதம் $k-1:k+1$ எனவும் காட்டுக.