සියලම ඇවිරිණි]
திப்புரிமையுடையது]
: Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 | S | II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2009 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2009 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2009

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(ගෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

(a) බැලූනයක්, පොළවට සාපේක්ෂව නියත U ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නගියි. කාලය $t = 0$ හි දී P අංශුවක්, බැලූනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන්, බැලූනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_1$ හි දී තවත් Q අංශුවක්, බැලූනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන් ම, බැලූනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_2$ හි දී P සහ Q අංශු දෙක එකිනෙකට හමුවෙයි.

(i) $0 \le t \le t_1$ ප්‍රාන්තරයේ දී, බැලූනයට සාපේක්ෂව P හි චලිතය,

සහ (ii) $t_1 \le t \le t_2$ ප්‍රාන්තරයේ දී, P ට සාපේක්ෂව Q හි චලිතය

සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් **වෙන වෙනම** අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන්‍යක්‍රමයකින් හෝ, $t_2 = \frac{V}{g} + \frac{1}{2}t_1$ බව පෙන්වන්න.

අංශු දෙක හමුවන විට Q සහ P හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $U \pm \frac{1}{2}gt_1$ බව, තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $u\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ වේගයෙන් ගමන් කරන සබ්මැරීනයක් දකුණින් $30°$ ක් බටහිර දිශාවට $d\,\mathrm{km}$ දුරකින්, මුහුදේ වූ නැවක් දකියි. එම නැව $v\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරමින් සිටියි; මෙහි $u < v < 2u$ වේ. නැවට සාපේක්ෂව සබ්මැරීනයේ චලිතය සැලකීමෙන්, නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා සබ්මැරීනය දිශා දෙකකින් එකක් ඔස්සේ ගමන් කළයුතු බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

ඒවාට අනුරූප කාල, පැය $\frac{d\sqrt{4u^2 - v^2}}{v^2 - u^2}$ කින් වෙනස්වන බව, තවදුරටත් පෙන්වන්න.

2. (a) ස්කන්ධය $2\,m$ වූ සුමට තුඹුසුයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ හරස්කඩ, C හි දී සෘජුකෝණීවූ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $B\hat{A}C$ කෝණය $60°$ වන පරිදි වූ A ශීර්ෂයෙහි කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කප්පිය උඩින් යන අතර, එහි දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $3\,m$ සහ m වූ P සහ Q අංශු ඇඳ ඇත. තුඹුසුය, එහි BC මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. Q අංශුව, AC සිරස් මුහුණත සමග ස්පර්ශ වන පරිදි A ට සිරස්ව පහළින් අල්ලා තබන අතර P අංශුව AB ආනත තලය මත තබා ඇත. දැන්, Q නිදහස් කරනු ලැබේ නම්, තුඹුසුයේ ත්වරණය $\frac{\sqrt{3}g}{23}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(b) දිග l වූ සරල අවලම්බයක් නිශ්චලතාවේ එල්ලී ඇත්තේ, බට්ටා, තිරස් ගෙඹිමක සිට $2l$ උසකින් ඇතිව ය. බට්ටාට සමාන ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක්, බට්ටා සමග තිරස්ව ගැටී, පසුව තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවේ සිට $\frac{l}{2}$ තිරස් දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී ගෙඹිමට ළඟාවෙයි. ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර තන්තුව α කුළු කෝණයකින් හැරෙයි නම්, අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{8\sin\frac{\alpha}{2} - 1}{8\sin\frac{\alpha}{2} + 1}$ බව පෙන්වන්න.

[දෙවන පිටුව බලන්න.

3. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දිග l වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අංශුව ගුරුත්වය යටතේ සමතුලිතව පවතී. අංශුව ඊළඟට u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

(i) O මස්සේ යන යටිඅත් සිරස සමඟ තන්තුව θ කෝණයක් සාදන විට එහි ආතතිය $m\left(3g\cos\theta - 2g + \frac{u^2}{l}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පසුව, අංශුව O හි තිරස් මට්ටමට ළඟාවීමට හැකිවන පරිදි u ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

(iii) තන්තුව පළමුවරට තිරස් වන විට, එහි වලන තලයට ලම්බව, O සිට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සවිකර ඇති සිහින් තිරස් දණ්ඩක් සමඟ ස්පර්ශ වෙයි. $2gl < u^2 < \frac{7}{2}gl$ වෙයි නම්, අංශුව දණ්ඩේ මට්ටමෙන් $\frac{l}{2}$ උසකින් පිහිටි උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

4. P අංශුවක්, $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තය මත, ඒකාකාර $a\omega$ වේගයෙන් වලනය වෙයි. Q යනු P සිට y-අක්ෂය මත ලම්බයේ අඩිය නම්, කාලාවර්තය $\frac{2\pi}{\omega}$ වූ සරල අනුවර්ති චලිතයක Q යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ස්ථිති දුන්නක් ස්වකීය අක්ෂය සිරස්ව ඇති ව, ඉහත කෙළවරෙහි සවිකර ඇත. දුන්නේ උඩු කෙළවර මත තබන ලද ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට නිශ්චලව තිබෙන දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකි ය. මෙහි $d < l$ වේ. එම අංශුවම h උසකින් සිට දුන්නේ උඩු කෙළවර මත වැටීමට සැලැස්වූයේ නම්, $l \geq a + d$ බව දී ඇති විට, විස්තාරය $a = \sqrt{d^2 + 2dh}$ වන සරල අනුවර්ති චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

මෙම චලිතයේ දී අංශුව, **අඩු ම** කාලයක් $\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{d}{g}}$ කාල ප්‍රාන්තරයක් වත් දුන්න මත රැඳී පවතී නම්, $\left(\frac{h}{d}\right)$ හි උපරිම අගය සොයන්න.

5. (*a*) බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක්, තිරසට $30°$ කෝණයකින් ආනත වූ අචල රළු පිල්ලක් මත නිශ්චලතාවේ ඇත. වළල්ල සහ පිල්ල එකම සිරස් තලයේ තිබේ. වළල්ල සමතුලිතතාවයේ අල්ලා තබා ඇත්තේ, වළල්ලෙන් ස්පර්ශිව ඉවත්වන සහ පිල්ලට $30°$ ආනතියකින් යුතු තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම කෝණය, පිල්ලේ ආනතිය මනින අතටම මනිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය සොයා. පිල්ල සහ වළල්ල අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\left(2 - \sqrt{3}\right)\sqrt{2}\cos 15°$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

(*b*) $ABCDEF$ යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිටි ෂඩස්‍රයකි. නිව්ටන $P, 3P, 2P$ සහ $4P$ බල පිළිවෙළින් BA, EB, DE සහ AD දිගේ, අකුරු පිළිවෙළට දක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

ෂඩස්‍රයෙහි එක් ශීර්ෂයක් වටා සූර්ණ ගැනීමෙන්, සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

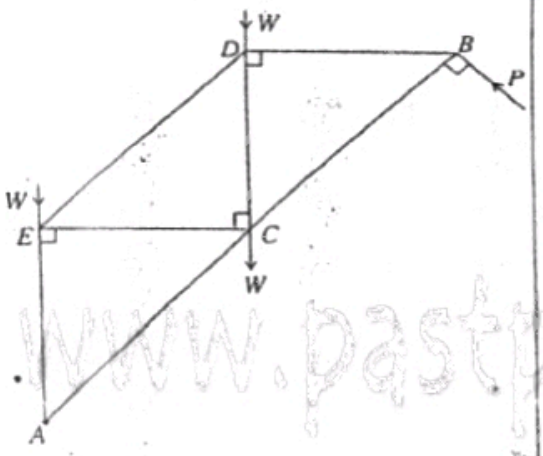
ෂඩස්‍රයෙහි තලයේ ක්‍රියා කරන කුමන බල යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කිරීමෙන් පද්ධතිය $\overrightarrow{FE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌනනය වෙයි ද?

www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

(a) එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වූ AB, BC සුමට ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී නිදහස් ලෙස අසවිකර, O අචල ලක්ෂ්‍යයකට බැඳි එක එකක දිග $2a$ වූ AO, CO සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් එල්ලා ඇත. බර W සහ අරය $\frac{a}{3}$ වූ ඒකාකාර ගෝලයක් දඬු සමඟ ස්පර්ශව සහ ඒවායින් ආධාර කරනු ලැබ ඇත. සමතුලිත පිහිටීමේ දී, එක් එක් දණ්ඩ සිරස සමඟ සාදන θ කෝණය $\cot^3\theta + \cot\theta - 30 = 0$ සම්කරණය මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
$\cot\theta$ සඳහා සිඛිය හැකි එතම අගය පොයා, ඒ නයින්, B අසවියේ ප්‍රතික්‍රියාව W බව පෙන්වන්න.

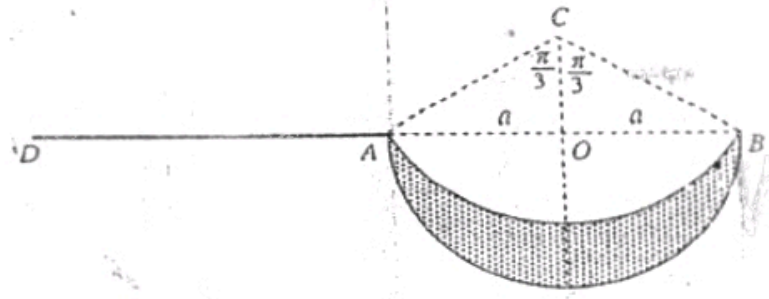
(b) රූපයෙහි දක්වෙන, සැහැල්ලු දඬුවලින් සෑදි රාමු සැකිල්ලෙහි සිරස් සහ සිරස් දඬු සමාන දිගින් යුක්ත වන අතර, සියලු ම කෝණ $90°$ හෝ $45°$ හෝ වේ. සිරස් තලයක පිහිටන මෙය, A හි දී සුමට ලෙස විවර්තනය කර, B හි දී AB ට ලම්බ P බලයකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර, C, D, E හිදී නිවිටන W භාර දරයි. P හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශූන්‍ය බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, BD, BC සහ DE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සෙවීම සඳහා, බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.
මෙම ප්‍රත්‍යාබල පොයා, ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.



කේන්ද්‍රයෙහි 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන, අරය r වූ ඒකාකාර වෘත්ත චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, කේන්ද්‍රයෙහි 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන, අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්ත බණ්ඩයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a\sin\alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
ළඟඳ හැඩ ඒකාකාර ආස්තරයක්, රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි, කේන්ද්‍රය O යහ අරය a වූ අර්ධ වෘත්තයකින් සහ ස්වකීය C කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{2\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපයකින් පර්යන්තගත වේ.

මෙම ආස්තරයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, C සිට ka දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න; මෙහි $k = \frac{3\sqrt{3}\pi}{\pi + 6\sqrt{3}}$ වේ.



ආස්තරයේ ස්කන්ධය M යැයි ගනිමු. දිග $2a$ සහ ස්කන්ධය m වන AD පිහින් ඒකාකාර සෘජු දණ්ඩක්, දික් කරන ලද BA රේඛාව දිගේ පිහිටන පරිදි A කෙළවරදී දෘඪ ලෙස ළඟදට යවිකර, රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි දැකැත්තක් පාද ඇත. ආස්තරයේ තලය සිරස්ව, අර්ධ වෘත්තය සහ දණ්ඩේ නිදහස් D කෙළවර, ගෙඩිම ස්පර්ශ කරන පරිදි, දැකැත්ත සිරස් ගෙඩිමක තබා ඇත. මෙම පිහිටීමේ, එය සමතුලිතව පවතී නම්, $M\left(\sqrt{3}k - 1\right) < 4\sqrt{6}m$ බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

8. A සහ B යනු $P(A)>0$ වන සිද්ධි දෙකකි.

A දී ඇති විට B හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(B|A)$ අර්ථ දක්වන්න.

A, B හා C සිද්ධි තුනක් සඳහා $P(A)>0$ හා $P(A\cap B)>0$ වෙතොත්,

$P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B|A)P(C|(A\cap B))$ බව පෙන්වන්න.

$\{B_1, B_2, B_3\}$ යනු Ω නියැදි අවකාශයක විභාගයක් ද, A යනු Ω හි ඕනෑම සිද්ධියක් ද යැයි ගනිමු.

$i=1, 2, 3,$ සඳහා $P(B_i|A)=\dfrac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)}$ බව පෙන්වන්න.

හරස් මාර්ගයක් වෙත ළඟාවන වාහන, වමට, දකුණට හෝ සෘජුව ඉදිරියට යන දිශා තුනකින් එකක් බැගින් යා යුතුය. බටහිර දෙසින් පැමිණෙන වාහනවලින් 50% ක් වමට හා 20% ක් දකුණට හරවන අතර, ඉතිරි වාහන සෘජුව ඉදිරියට ධාවනය කරන බව රථවාහන ඉංජිනේරුවන් නිරීක්ෂණය කර ඇත. එක් එක් වාහනයේ රියැදුරු ස්වායත්ත ලෙස දිශාව තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, බටහිර දෙසින් හරස් මාර්ගය වෙත ළඟාවන ඊළඟ වාහන තුනකින්,

(i) සියල්ලම සෘජුව ඉදිරියට,

(ii) සියල්ලම එකම දිශාවට,

(iii) දෙකක් දකුණට හා එකක් වමට හරවා,

(iv) සියල්ලම වෙනස් දිශාවලට,

ධාවනය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

අනුයාත වාහන තුනම එකම දිශාවට ධාවනය නොරෙයි නම්, කොහෝවිට ඒවා සියල්ලම වමට හරවන බව පෙන්වන්න.

9. (*a*) සංගහනයකින් ගත්තා ලද තරම n වන සසම්භාවී නියැදියක අගයන් $x_1, x_2, \ldots, x_n$ යැයි ගනිමු.

$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\bar{x}$ යනු නියැදි මධ්‍යන්‍යය වේ.

පිටු 250 ක් අඩංගු පොතක පළමු පිටු 200 තුළ එක එකක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන වන x නිරීක්ෂණය කරන ලද අතර, පහත සඳහන් විස්තර සොයා ගන්නා ලදී:

මුද්‍රණ දෝෂවල මුළු ගණන 920,

මුද්‍රණ දෝෂවල වර්ගවල එකතුව 5032.

පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

අවසාන පිටු 50 තුළ පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 4.4 හා 2.2 වේ. ප්‍රමුඛ ධර්ම උපයෝගී කර ගනිමින් පොතෙහි පිටුවකට ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න.

(*b*) පරීක්ෂණයක දී සිසුන් කණ්ඩායමක් ශුද්ධ ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 45 වේ. මෙම ලකුණු, මධ්‍යන්‍යය 50 හා සම්මත අපගමනය 15 වන ආකාරයට රේඛීය ලෙස පරිමාණනය කරනු ලැබේ. තවද, පරිමාණනය කරන ලද 80 ලකුණ, 70 මුල් ලකුණකට අනුරූප වන බව දී ඇත.

(i) රේඛීය පරිමාණය,

(ii) මුල් ලකුණුවල සම්මත අපගමනය,

(iii) පරිමාණනය මඟින් වෙනස් නොවන ලකුණ

ගණනය කරන්න.

පරිමාණනය කරන ලද ලකුණුවල අඩුතම හා වැඩිතම ලකුණු පිළිවෙළින් 2 හා 92 යැයි දී ඇත. ඒවාට අනුරූප මුල් ලකුණු සොයන්න.

* * *

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 4