සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2008 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2008 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2008

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	**පැය තුනයි** மூன்று மணித்தியாலம் *Three hours*

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

1. (a) දුම්රියක් සෘජු මාර්ගයක, ඒකාකාර V km h^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සාමාන්‍යයෙන් ගමන් කරයි. මාර්ගයෙහි ඉදිරි අලුත්වැඩියාවක් නිසා දුම්රිය d km දුරක් ඒකාකාර මන්දනයකින් ගොස් U km h^{-1} දක්වා ප්‍රවේගය අඩු කර ගනියි. ඊළඟට දුම්රිය ඒකාකාර U ප්‍රවේගයෙන්, මාර්ගයේ අලුත්වැඩියා කෙරෙන $2d$ km දුර වලනය වෙයි. අනතුරුව, $3d$ km දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් වලනය වී, එය V ප්‍රවේගය නැවත ලබා ගනියි. දුම්රියේ වලිතය යදහා ප්‍රවේග-කාලප්‍රස්තාරය අඳින්න.

මාර්ගය අලුත්වැඩියාව නිසා අපතේ යන කාලය, දුම්රියේ සාමාන්‍ය වලිතය සමග සැසඳීමේ දී පැය $\frac{2d(V-U)(V+3U)}{UV(U+V)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) සුළඟට සාපේක්ෂව වේගය v km h^{-1} වන හෙලිකොප්ටරයක්, පාදයක දිග a km වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍ර ගුවන පෙතක අකුරු පිළිවෙළ මඟින් දක්වෙන අතට පියාසර කරයි. AB පාදය සමඟ θ සුළු කෝණයක් යාදන දිශාවකට ඒකාකාර $w\,(<v)$ km h^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. පෙතෙහි ශීර්ෂ වටා හැරීමේ දී කාලය අපතේ නොයන බව උපකල්පනය කර, ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ, A සිට B දක්වා ගතවන කාලයේත් C සිට D දක්වා ගතවන කාලයේත් එකතුව පැය $\frac{2a\sqrt{v^2-w^2\sin^2\theta}}{\left(v^2-w^2\right)}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, පූර්ණ පෙරැත යදහා ගන්නා මුළු කාලය T සොයා, T උපරිමයක් වන θ හි අගය සොයන්න.

2. (a) ස්කන්ධය M වූ සුමට කුස්සයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තියලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුස්සයේ තිරසට α ආනතියක් සහිත මුහුණතක් මත තබා, මුහුණතෙහි වැඩිතම බැවුම් රේඛාවක් දිගේ ඉහළට V ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කුස්සයේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සහ කුස්සයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය නියත අනුපාතයකින් යුක්ත වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව, $\frac{2V\left(M+m\sin^2\alpha\right)}{(M+m)g\sin\alpha}$ කාලයකට පසුව, කුස්සය මත අංශුවේ ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වෙත, ආපසු පැමිණෙන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) සමාන අරයන් සහිත, **ස්කන්ධ** පිළිවෙළින් a, b, c වූ A, B, C කුඩා සුමට ගෝල කුනක්, එම පිළිවෙළට සුමට තිරස් මේසයක් මත වෙන් වෙන්ව තබා ඇත්තේ, ඒවායේ කේන්ද්‍ර එකම සරල රේඛාවක පිහිටන ලෙස ය. කේන්ද්‍ර රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ B හි ගැටෙන පරිදි ය. ඊළඟට B ගෝලය C ද ගැටෙයි. එක් එක් ගෝල යුගලය සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. C ඉවතට වලනය වන ප්‍රවේගය $\frac{(1+e)^2u}{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

පිළිවෙළින් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම්වලින් පසු A සහ B නිසලතාවට පැමිණෙන බව තවදුරටත් දී ඇත්නම් $a:b:c$ අනුපාත සොයා, පද්ධතියෙහි ඉතිරිවන වාලක ශක්තිය මුල් වාලක ශක්තියේ භාගයක් ලෙස ද

www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

3. කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අවල සුමට ගෝලීය කබොලක $\frac{a}{4}$ දුරක් O ට ඉහළින් වූ තිරස් තලයෙන් කැපෙන උඩ කොටස ඉවත්කිරීමෙන් පාත්‍රයක් සාදා ඇත. P අංශුවක් පාත්‍රය ඇතුළත පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට u වේගයකින් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

(i) OP උඩු සරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය සහ පාත්‍රයත් අංශුවත් අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

(ii) $u^2 > \frac{11ga}{4}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දරය හැර යන බව පෙන්වන්න.

(iii) $u^2 > \frac{13ga}{2}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දරය හැර ගිය පසුව ගුරුත්වය යටතේ සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී, අංශුව පාත්‍රය ඇතුළතට නොවැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

4. ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ඇති අතර, අනෙක් කෙළවරෙහි පිළිවෙළින් ස්කන්ධ m සහ $3m$ වූ P සහ Q අංශු දෙකක්, තන්තුව $l+4a$ දිගකට විස්තීරණය කරමින්, සමතුලිතතාවේ එකට එල්ලෙයි. Q අංශුව ක්ෂණිකව ඉවතට වැටෙයි. t කාලයකට පසුව තන්තුවේ දිග $l+x$ වෙයි නම්, $x>0$ සඳහා $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{a}(x-a)=0$ සමීකරණය ලබාගන්න.

ඉහත සමීකරණයෙහි විසඳුම $x = a + b\sin\omega t + c\cos\omega t$ බව දී ඇත්නම්, b සහ c නියතවල අගයන් [illegible]

මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{a}$ වෙයි.

P අංශුව, ආරම්භක පිහිටීමෙන් ඉහළට ළඟාවන උපරිම උස සොයා, එම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\pi-\alpha+2\sqrt{2}\right\}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ සුළු කෝණයයි.

5. (a) බර W වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක්, තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය පිහිටන සේ තබා ඇත. එහි තල මුහුණතේ පරිධියෙහි ලක්ෂ්‍යයක w කුඩා භාරයක් තැබූ විට, තල [illegible] තිරස්ව, අර්ධගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, $\mu = \frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}} = \tan\alpha$ වන බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a වූ H සුමට තුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක්, එහි අක්ෂය තිරස්ව යවිකර ඇත. එහ එකක අරය $b\left(<\frac{a}{2}\right)$ සහ බර W වූ A සහ B සමාන සුමට ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩර දෙකක් සම්මිතිකව H ඇතුළත තබා ඇත්තේ, ඒවායේ අක්ෂ H හි අක්ෂයට සමාන්තරව, සමතුලිතව සිටෙන පරිදි ය. A සහ B අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{bW}{\sqrt{a(a-2b)}}$ බව පෙන්වන්න.

A සහ B එක එකකට සමාන C සිලින්ඩරයක්, සිය අක්ෂය H හි අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදි, ඒ දෙක මත පරෙස්සමෙන්, සම්මිතිකව තබනු ලැබේ. $a < b\left(1+2\sqrt{7}\right)$ නම් පමණක් A සහ B ස්පර්ශව සමතුලිතතාව පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

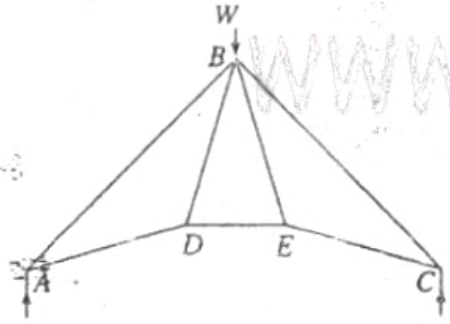
www.pastpaperlk.com

6. (a) සුමට ලෙස පන්ති කළ පමාන සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සැදි පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCD$ රොම්බසයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB දණ්ඩ පවතර ඇත. BC සහ CD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර, තන්තුව ඇදී පවතින පරිදි, ස්කන්ධය M වූ බල යුග්මයක්, රොම්බසයේ තලයෙහි, DA දණ්ඩට දෙනු ලැබේ. $A\hat{B}C$ කෝණය 2θ වෙයි නම්

(i) C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තන්තුවට සමාන්තර වන බව සහ

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{M}{a\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

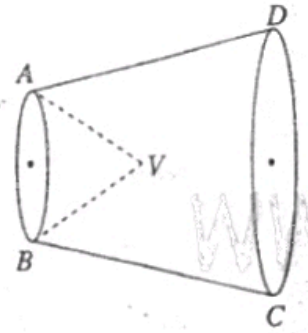
(b) පහත රූපයෙහි දක්වෙන්නේ නිදහස් ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬුවලින් සමන්විත B හි දී W භාරයක් දරන රාමු යැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A සහ C හි දී එය සිරස් ලෙස ආධාර කරනු ලැබ ඇත. $A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයක් වන අතර එය BD සහ BE මගින් ත්‍රිවිභේද වෙයි. $B\hat{A}D$ සහ $B\hat{C}E$ කෝණ එක එකක් 30° ක් ද, $BA = BC$ ද වෙයි.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, AD, AB, DE සහ DB එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය, ආතතියක් ද තෙරපුමක්ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

7. පහත රූපයෙහි $ABCD$ මගින් නිරූපණය වන්නේ සෘජු වෘත්ත කේතුවක උස h වූ ඒකාකාර ඝන වස්තුවකි. එහි වෘත්තාකාර තල මුහුණතවල විෂ්කම්භ $AB = 2\lambda a$ සහ $CD = 2a$ වේ; මෙහි λ පරාමිතියක් සහ $0 < \lambda < 1$ වෙයි.



එහි ස්කන්ධය $\frac{1}{3}\rho\pi a^2 h\left(1+\lambda+\lambda^2\right)$ බවත්, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, G, කුඩා මුහුණතෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\dfrac{h}{4}\dfrac{\left(3+2\lambda+\lambda^2\right)}{\left(1+\lambda+\lambda^2\right)}$ දුරකින් පිහිටන බවත්, අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

ආධාරකයේ අරය a සහ උස h වූ ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත ඝන කේතුවක ස්කන්ධය සහ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම අපෝහනය කරන්න.

$ABCD$ ඡින්නකයෙන් ආධාරකයේ අරය λa සහ උස $\dfrac{h}{2}$ වූ VAB සෘජු වෘත්ත ඝන කේතුවක් හාරා ඉවත් කිරීමෙන් J ඝන වස්තුව ලැබෙයි. J වස්තුවේහි G_1 ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටීම සොයා, එය V සමඟ සම්පාත විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

J වස්තුව, වඩා විශාල මුහුණතෙහි පරිධියේ ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ දී J හි සම්මිතික අක්ෂය සිරස සමඟ සාදන β සුළු කෝණය $\tan\beta = \dfrac{8a}{h}\dfrac{\left(2+2\lambda+\lambda^2\right)}{\left(4+8\lambda+5\lambda^2\right)}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3

8. (*a*) A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. පහත දක්වෙන ප්‍රකාශ එක එනක් අර්ථ දක්වන්න :

(i) A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි,

(ii) A සහ B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි,

(iii) A සහ B සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි.

A සහ B යන සිද්ධි දෙකෙහි අනුපූරක සිද්ධි පිළිවෙළින් A' සහ B' මගින් දක්වමු.

$P(A\cap B)+P(A\cap B')=P(A)$ බව පෙන්වන්න.

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ සහ $P(A\cap B')=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට, $P(A'\cap B)$ හි අගය සහ $P(A'\cap B')$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) A සහ B යනු $P(B)>0$ වන සිද්ධි දෙකකි. $P(A|B)$ මගින් දක්වෙන, B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව, $P(A\cap B)$ සහ $P(B)$ සමඟ ඇති සම්බන්ධය ප්‍රකාශ කරන්න.

ශිෂ්‍යයෙක් පාසැලට පාපැදියෙන් හෝ බසයෙන් හෝ යයි. ඔහු නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පාසැලට පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{19}{28}$ කි. ඔහු පාසැලට පාපැදියෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව, ඔහු බසයෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. ඔහු බසයෙන් පාසැලට පැමිණි ඕනෑම විටෙක නියමිත වේලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{4}$ කි.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් දිනයෙක

(i) ඔහු පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීමේ,

(ii) ඔහු පමා වී පැමිණි බව දී ඇති විට ඔහු බසයෙන් ගමන් කර තිබීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ ද, සම්මත අපගමනය s_x ද වූ $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකය $i=1,2,\ldots,n$ සඳහා $y_i=ax_i+b$ සූත්‍ර මගින් $\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයට පරිණාමනය කරනු ලැබේ; මෙහි a සහ b නියත වේ.

$\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් $\bar{y}$ සහ s_y යැයි ගනිමු.

(i) $\bar{y}=a\,\bar{x}+b$ සහ

(ii) $s_y=|a|\,s_x$

බව පෙන්වන්න.

එක්තරා විභාගයක භූගෝල විද්‍යාව සහ ඉතිහාසය යන විෂයවලට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පහත වගුවෙහි දක්වේ:

	මධ්‍යන්‍යය	සම්මත අපගමනය
භූගෝල විද්‍යාව	m	12
ඉතිහාසය	53	s

එක් එක් විෂයයෙහි ලකුණු ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කරන ලද්දේ මධ්‍යන්‍යය 50 ක් ද සම්මත අපගමනය 15 ක් ද තිබෙන ලෙස යැයි සිතමු. එක්තරා අපේක්ෂකයකුගේ මුල් ලකුණු සහ පරිමාණගත ලකුණු පහත දක්වේ:

	මුල් ලකුණ	පරිමාණගත ලකුණ
භූගෝල විද්‍යාව	40	40
ඉතිහාසය	61	56

m හි අගය සහ s හි අගය සොයන්න.

අයදුම්කරුවන්ට ඔවුන්ගේ උත්තර පත්‍ර නැවත සමීක්ෂණය කර ගැනීම සඳහා ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ දෙන ලදී. නැවත සමීක්ෂණයෙන් පසුව ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන් ගණනින් 0.1% ක ගේ ඉතිහාසය ලකුණු වෙනස් විය. ලකුණු වෙනස් වූ අයදුම්කරුවන්ගේ ඉතිහාසය ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 65 සිට 68 තෙක් වැඩි වී තිබුණි. ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන්ගේ, නැවත සමීක්ෂණයට පසු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

* * *