සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2007 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2007 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2007

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

1. (*a*) නිශ්චලතාවයේ සිට ගමන් අරඹන දුම්රියක් $\frac{1}{3}\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සෘජු මාර්ගයක චලනය වී $V\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනියි. ඊළඟට, එය, V ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ චලනය වෙයි. අවසානයේ දී, දුම්රිය, $1\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. ගතවූ මුළු කාලය මිනිත්තුවක් වන අතර ගමන් කළ මුළු දුර මීටර 432 ක් වෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ V හි අගය සොයන්න.

ඒ නයින්, චලිතයේ අවස්ථා තුනෙහි දී ගමන් කළ දුරවල් $3:2:1$ අනුපාතයට වන බව පෙන්වන්න.

(*b*) මෝටර් බෝට්ටුවක්, $U\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන නැවක් දකියි. දකින මොහොතේ දී, පිළිවෙළින් නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට වූ Ox, Oy කාටිසිය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් නැවෙහි බණ්ඩාංක $(6d,\ 2d)$ වෙයි; මෙහි O මූලය බෝට්ටුවෙහි ගනු ලබන අතර, දුර කිලෝමීටරවලින් මනිනු ලැබෙයි. බෝට්ටුව, නැව හමුවීම සඳහා, ක්ෂණිකව නැගෙනහිරින් උතුරට α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට $V\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කිරීම අරඹයි. $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව දී ඇත්නම්, නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි පෙත අඳින්න.

ඒ නයින්, U ඇසුරෙන් V හි අගය සොයා, හමුවීමට ගතවන කාලය පැය $\frac{5d}{2U}$ බව පෙන්වන්න.

2. (*a*) සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, සෝපානයක සිවිලිමට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර, තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධ m සහ $Km\,(K>1)$ වූ අංශු දරයි. සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර, එම වේලාවේම, අංශු නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. සෝපානයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය සොයා, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2Km}{K+1}(g+F)$ බව පෙන්වන්න.

වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවයෙහි තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න.

(*b*) ස්කන්ධ m සහ $2m$ වූ කුඩා සුමට ගෝල දෙකක්, දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය අචල. සිරස්, දිග කුරකට ගැට ගසා, තන්තුවේ හොවස් දෙක ඇදී සිරස්ව තිබෙන පරිදි ගෝල දෙක එකිනෙකට $2a$ දුරින් අල්වා තබනු ලැබේ. ගෝල දෙක දන් නිශ්චලතාවයේ සිට එකවර මුදා හරිනු ලැබෙයි. පළමු ගැටුමෙන්, වඩා බර ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව දී ඇත්නම්, ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

තවද,

(i) දෙවැනි ගැටුමෙන් වඩා සැහැල්ලු ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බවත්,

(ii) ගැටුම් ලක්ෂ්‍යය පිහිටි මට්ටමේ විසඳ ශක්තිය ශූන්‍ය වෙයි නම් දෙවැනි සහ තෙවැනි ගැටුම් අතරතුර දී පද්ධතියේ මුළු යාන්ත්‍රික ශක්තිය $\frac{1}{2}mga$ බවත්

පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source : - www.pastpaper.lk.com

3. O කේන්ද්‍රය සහ a අරය සහිත සුමට ගෝලයක්, මෙසයක සිරස් පෘෂ්ඨය මතට සවිකර ඇත. සුමට P අංශුවක් ගෝලයෙහි පිටත පෘෂ්ඨයෙහි A ලක්ෂ්‍යයක තබනු ලැබේ; මෙහි OA, උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදයි. අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

(i) OP, උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට, අංශුව තවමත් ගෝල පෘෂ්ඨය සමඟ ස්පර්ශ වී ඇත්නම්, $a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ගෝලය සහ අංශුව අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

(iii) මෙසයේ පෘෂ්ඨයේ සිට $a\left(1+\frac{2}{3}\cos\alpha\right)$ උසක දී, අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න.

(iv) ගෝලයෙහි සිරස් විෂ්කම්භයේ සිට, අංශුව මෙසයට වදින ලක්ෂ්‍යයට දුර d යැයි ගනිමු. $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ යැයි දී ඇති විට d සොයන්න.

4. ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලී තිබෙන විට, තන්තුවේ දිග $\frac{3l}{2}$ වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, ස්වකීය සමතුලිත පිහිටීමේ සිට a දුරක් සිරසින් පහළට ඇද, එහි සිට නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබෙයි. සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළට මනින ලද, අංශුවෙහි විස්ථාපනය, t කාලයේ දී, x වෙයි. තන්තුව ඇදී තිබෙන තාක් $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වෙයි.

(i) $a < \frac{l}{2}$ අවස්ථාවේ දී සිදුවන චලිතයෙහි කාලාවර්තය සහ විස්තාරය සොයන්න.

(ii) $a = \frac{l}{2} + b$, $(b > 0)$ අවස්ථාවේ දී තන්තුව පළමුවරට බුරුල්වීමට ගත්තා කාලය $\sqrt{\frac{l}{2g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{l}{l+2b}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

$\left[\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \text{ සමීකරණයේ විසඳුම } x = A\cos\omega t + B\sin\omega t \text{ බව උපකල්පනය කිරීම ඇතැ; මෙහි } A \text{ සහ } B \text{ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත දෙකකි.}\right]$

5. (*a*) $ABCDEF$ යනු කේන්ද්‍රය O සහ පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිටි ෂඩස්‍රයකි. නිව්ටන් $P, 2P, 3P, 4P, 5P$ බල පහක් පිළිවෙළින් AB, BC, CD, DE, EF පාද දිගේ අකුරු පිළිවෙළට දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. AFO ත්‍රිකෝණයෙහි AF, FO, OA පාද දිගේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන Q, R, S අලුත් බල තුනක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබෙයි.

සංයුක්ත පද්ධතිය

(i) සමතුලිත වන පරිදි,

(ii) සූර්ණය, ABC තලට $Pa\sqrt{3}$ N m වූ ඝුරුම්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි

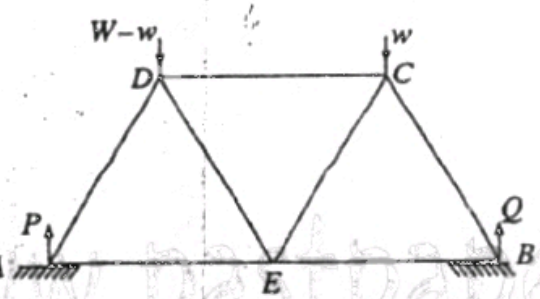
Q, R, S හි අගයන්, P ඇසුරෙන් සොයන්න.

(*b*) දිග a සහ බර W වූ ඒකාකාර දණ්ඩක්, අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර රළු පාත්‍රයක් තුළ, සිරස් තලයක, නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ සිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන අතර, ස්පර්ශණ සංගුණකය $\mu\left(<\sqrt{3}\right)$ වෙයි. දණ්ඩේ පහළ කෙළවරෙහි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W\cos\theta}{\sqrt{3}-\mu}$ බව පෙන්වා, ඉහළ කෙළවරෙහි දී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

ඒ නයින්, $\tan\theta = \frac{4\mu}{3-\mu^2}$ බව පෙන්වන්න.

6. (a) $ABCD$ රොම්බසයක් සාදා ඇත්තේ එක එකෙක දිග $2a$ සහ බර W වූ සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක්, ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙනි. රොම්බසය A සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර, එහි හැඩය පවත්වා ගනු ලබන්නේ දිග $2a\sin\alpha$ වූ සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් BC සහ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙනි. සැහැල්ලු දණ්ඩෙහි තෙරපුම $4W\tan\alpha$ බව පෙන්වා, C සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි රාමු සැකිල්ලක් සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු හතක් නිදහස් ලෙස සන්ධිකර සාදා ඇත. A සහ B සුමට ආධාරක මත නිසලව ඇති අතර D හි දී $W-w$ සහ C හි දී w භාර දරයි. A හි දී රාමු සැකිල්ල මත ප්‍රතික්‍රියාව $P=\frac{3W}{4}-\frac{w}{2}$ බව පෙන්වන්න.



$W > 2w$ බව දී ඇත්නම්, බෝ අංකනය යෙදීමෙන් සුදුසු ප්‍රක්ෂා බල රූප සටහනක් ඇඳ AE, DE සහ DC දඬුවල ප්‍රක්ෂා බල සොයන්න.

ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද, යැයි දක්වන්න.

DC හි ප්‍රක්ෂාබලය w ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

7. කිරීමය O, අඩ-සිරස් කෝණය α සහ උස h වූ, ආධාරකය රහිත තුනර කේතුවක් එකක ඝර්ගඵලයක ඝනත්වය σ වූ ඒකාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් සාදා ඇත. එහි ස්කන්ධය $\pi\sigma h^2\sec\alpha\tan\alpha$ බව පෙන්වා, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටීම සොයන්න.

එම ඝර්ගයේ ම ලෝහ තහඩුවකින් සාදි ඡේන්ද්‍රය B සහ අරය $h\tan\alpha$ වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක්, ඉහත කේතුවේ ආධාරකය ලෙස, දන් සවිකරනු ලැබේ. සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට, O සිට දුර, $\dfrac{h\left(\frac{2}{3}\sec\alpha+\tan\alpha\right)}{\sec\alpha+\tan\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත වස්තුව, ආධාරකයේ දරයෙහි පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලනු ලැබේ. AO සහ AB යටිඅත් සිරස සමග සමාන කෝණ සාදයි නම්, $\sin\alpha=\frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.

8. (a) A හා B යනු පිදිටි දෙකක් යැයි ගනිමු. B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(A|B)$ අර්ථ දක්වන්න.

(i) $P(A|B)=0$,

(ii) $P(A|B)=P(A)$

වන විට A හා B අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) විමල්, නිමල් හා පියල් නම් යහළුවෝ තිදෙනෙක් දිවා ආහාර පැකැට්ටු මිලට ගැනීම සඳහා ආපන ශාලාවක් වෙත යති. මස් හෝ මාළු හෝ එළවලු සමග බත් පැකැට්ටු ආපන ශාලාවේ ඇත. මස් අනුභව නොකරන විමල් මාළු හෝ එළවලු සමග බත් පැකැට්ටුවක් මිලට ගැනීම තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. මෙය නිරීක්ෂණය කරන නිමල් ද, මස් හා මාළු අතර තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. පියල් එළවලු පැකැට්ටුවක් හෝ අනෙක් දෙවර්ගයෙන් පැකැට්ටුවක් තීරණය කිරීම සඳහා සාධාරණ කාසියක් උඩ දමයි. දෙවනුවට කියූ අවස්ථාවේ දී ඔහු මස් හා මාළු අතර තීරණය කිරීම සඳහා නැවතත් සාධාරණ කාසිය උඩ දමයි.

(i) විමල් හා නිමල් එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,

(ii) නිමල් හා පියල් එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,

(iii) ඔවුන් තිදෙනාම එකම වර්ගයේ පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ,

(iv) විමල්, නිමල් හා පියල් වෙනස් වර්ගවල පැකැට්ටු මිලට ගැනීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(c) සිසුවකු බහුවරණ පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටින අතර එක් එක් ප්‍රශ්නයට නිවැරදි පිළිතුරු එකක් පමණක් සහිත විය හැකි පිළිතුරු 5 ක් තිබේ. සිසුවා පිළිතුර දන්නේ නම් ඔහු නිවැරදි පිළිතුර තෝරා ගනී. එසේ නොමැකි විට, ඔහු විය හැකි පිළිතුරු 5 අතුරෙන් එකක් සමසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනී. ප්‍රශ්න අතුරෙන් 70% කට නිවැරදි පිළිතුරු සිසුවා දන්නා බවද,

www.sinhalalibrary.com > Source :- www.pastpaper1k.com 3

(i) දෙන ලද ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරාගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ප්‍රශ්නයකට සිසුවා නිවැරදි පිළිතුර තෝරාගෙන ඇත්නම් ඔහු පිළිතුර දන සිටීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව

9. (*a*) ගාලු පාර මස්සේ කොළඹ දෙසට ධාවනය වන පෞද්ගලික බස්රථවල වේගය් පැයට ආසන්න කිලෝමීටරයට, කළුතර පාළම අසල දී නිරීක්ෂණය කරන ලදී. රැස්කරන ලද දත්ත පහත දක්වෙන වගුවේ දී ඇත:

පන්සි ප්‍රාන්තරයේ මැද අගය	15	30	45	60	75	90
සංඛ්‍යාතය	10	–	25	30	–	10

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය 49.5 හා මාතය 55 වෙයි නම්, දී නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාව සොයන්න.

(*b*) සංඛ්‍යා 12 ක් අඩංගු කුලකයක සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය 4 හා සම්මත අපගමනය 2 වේ. සංඛ්‍යා 20 ක් අඩංගු දෙවැනි කුලකයක සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය 5 හා සම්මත අපගමනය 3 වේ. සංඛ්‍යා 32 ම අඩංගු සංයුක්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

* * *

www.pastpaperlk.com