සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

10 S III

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2006 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2006 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2006

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

1. (*a*) සෘජු පාරක සිටින මිනිසෙක්, තමාගෙන් යම් දුරක් ඉදිරියේ වූ බස් නැවතුමක නිශ්චලතාවයේ සිට නියත ත්වරණයකින් ගමන් අරඹන බස් රථයක් දකියි. ක්ෂණිකව, ඔහු බස් රථය පසු පස ඒකාකාර $U\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් දුව ගොස් තත්පර T කාලයක දී එයට යම්තමින් ගොඩවීමට සමත් වෙයි. මිනිසා සහ බස් රථය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර, එකම රූප සටහනක අඳින්න.
U සහ T ඇසුරෙන් බස් රථයේ ත්වරණයත්, බස් නැවතුමේ සිට මිනිසාගේ ආරම්භක දුරත් සොයන්න.

(*b*) එකිනෙකට මීටර d දුරකින් වූ සෘජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත ගඟක ජලය නියත $U\ \text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගලයි. ජලයට සාපේක්ෂව $2U\ \text{ms}^{-1}$ වේගයකින් වලනය වන බෝට්ටුවකට සෘජු ගමන් මගක් ඔස්සේ එක ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ B ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ගොස් ආපසු A වෙත පැමිණීමට අවශ්‍ය වෙයි. උඩු ගං දිශාව සමඟ $\overrightarrow{AB}$ එක්තරා α සුළු කෝණයක් සාදන අතර, A සිට B දක්වා ගමනට ගතවන කාලය, B සිට A දක්වා ගමනට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. A සිට B වෙත ගමන සහ ආපසු ගමන සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ,

(i) $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{8}}$ බව ද,

(ii) A සිට B වෙත ගමනේ දී ඉවුරුවලට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය, $U\sqrt{\frac{3}{2}}$ බව ද

පෙන්වන්න.
බෝට්ටුව ගමන් දෙකටම ගන්නා මුළු කාලය අපෝහනය කරන්න.

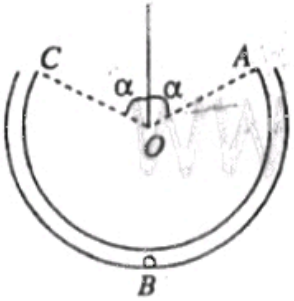
2. (*a*) ස්කන්ධය M වූ සුමට කුස්සයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ආරම්භයේ දී, එහි තිරසට ආනතිය α වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංගුවක් සිරුවෙන් තබනු ලැබේ. ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, කුස්සයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයක් අංගුව ලබා ගන්නා විට කුස්සයේ ප්‍රවේගය, $\frac{mv\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න.
මෙම මොහොතේ දී, කුස්සයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ බාධකයක ගැටී, අංගුව, කුස්සයට සාපේක්ෂව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි නම්, කුස්සයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න.

(*b*) සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සුමට අවල කප්පියක් උඩින් යයි, තන්තුවේ එක කෙළවරකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් සහ අනෙක් කෙළවරින් සමාන ස්කන්ධය සහිත ප්‍රතිභෝලකයක් දරයි. බාල්දියේ තිරස් පතුල යමඟ u ප්‍රවේගයෙන් ගැටෙන පරිදි, ස්කන්ධය m වූ කුඩා බෝලයක් තිරස්ව අත හරිනු ලැබේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි නම්, $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ ප්‍රවේගයකින් බාල්දිය වලනය වීමට පටන්ගන්නා බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආවේගය සොයන්න.
බෝලයත් බාල්දියත් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම් [illegible]

< www.sinhalalibrary.com > Source : www.sinhalalibrary.com 1

3. (a) පහත රූපයෙන් දක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O, අරය a සහ කෝණය $2(\pi-\alpha)$ වූ වෘත්ත චාපයක ආකාරයට නමන ලද ABC සුමට සිහින් නළයකි; මෙහි α සුළු කෝණයක් වෙයි. A, C විවෘත දෙකෙළවර එකම තිරස් මට්ටමේ තිබෙන පරිදි, නළය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. නළය ඇතුළත පහත් ම B ලක්ෂ්‍යයෙහි අංශුවක් තබා, නළය දිගේ, තිරස් u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, නළය දිගේ A කෙළවරට පැමිණ, අනතුරුව නිදහසේ ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂිප්තයක් ලෙස චලනය වී, C කෙළවරින් නැවත නළයට ඇතුළුවෙයි. අංශුව A හි දී නළයෙන් ඉවත්වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයා, $u^2 = ga\left[2(1+\cos\alpha)+\sec\alpha\right]$ බව පෙන්වන්න.

තව ද, අංශුව ළඟාවන උපරිම උස O ට ඉහළින් $\frac{a}{2}(\cos\alpha+\sec\alpha)$ බවත් පෙන්වන්න.



(b) කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අවල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවයේ සිට P අංශුවක් ලිදු හරිනු ලැබේ; මෙහි OA, උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදයි. P අංශුව තවමත් ගෝලය මත තිබිය දී, OP උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට $a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන ලක්ෂ්‍යයෙහි දී θ හි අගය සොයන්න.

4. (a) විදුලි දුම්රියක් 3 000 kW ජවයකින් ක්‍රියා කරන අතර, සමතලා මාර්ගයක $160\ \text{km h}^{-1}$ නියත වේගයක් පවත්වා ගෙන යයි. එහි චලිතයට ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරන්න.

දුම්රියේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පළමු පරිදි ම තිබිය දී දුම්රිය පළමු ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරයි. දුම්රියේ ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 450 ක් බව දී ඇත්නම්, 70 ට 1 ක ආනතියකින් යුතු මාර්ගයක ඉහළට $60\ \text{km h}^{-1}$ වේගයකින් ගමන් කරන විට දුම්රියේ ත්වරණය සොයන්න.

[ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 9.8\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.]

(b) ස්වභාවික දිග l සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත, එක් දරයක සිට $2l$ දුරකින් වූ අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇද ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇද ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් P අංශුව, ස්කන්ධය m වූ දෙවැනි Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී $OP = PQ = l$ ලෙස Q අංශුව මේසයේ දරය අසල තබා සිරුවෙන් ඉවතට තල්ලු කරනු ලබන්නේ පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට චලනය වීමට පටන්ගන්නා පරිදි ය. t කාලයේ දී, $OP = l+x$ වන අතර, P අංශුව මේසය මත තිබිය දී Q අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් x ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $\dot{x}^2 = \omega^2\left[l^2-(l-x)^2\right]$ බව පෙන්වන්න, මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{2l}$ වෙයි.

P අංශුවේ ඇතිවන සරල අනුවර්ති චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය සොයන්න.

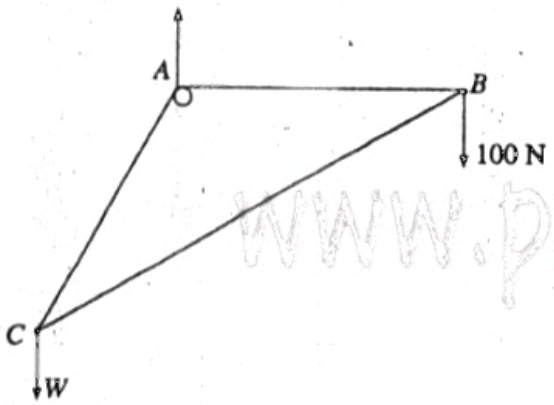
P අංශුව, මේසයේ දරයට ළඟාවන්නේ $t = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ මොහොතේ දී බව පෙන්වා, එවිට එහි වේගය සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

5. (*a*) aF, bF, aF, bF සහ cF බල පිළිවෙළින් $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක BA, BC, DC, DA පාද දිගේ සහ BD විකර්ණය දිගේ අකුරුවල අනුපිළිවෙළින් දක්වන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි; මෙහි $a = AB$, $b = BC$ සහ $c = BD$ වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

අනෙකුත් බල පළමු පරිදිම තොවෙනස්ව තිබිය දී DA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය $2bF$ දක්වා වැඩි කළේ නම්, අලුත් පද්ධතිය, CD දිගේ ක්‍රියා කරන aF බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

(*b*) පහත දැක්වෙන රූපයෙහි ABC යනු, සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CA සැහැල්ලු දඬු තුනකින් සමන්විත ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලකි; මෙහි $AB = AC$ වන අතර, $B\hat{A}C = 120°$ ක් වෙයි. රාමු සැකිල්ල, AB තිරස්ව, සිරස් තලයක පිහිටයි. එය, A හි දී සුමට නාදන්තකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර, B හි දී නිව්ටන 100 ක් සහ C හි දී නිව්ටන W භාර දරයි.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන ඇඳ, එමගින්, අඥාත සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල්ත්, W හි අගයත් සොයන්න.

6. දිග $2a$ සහ බර W වූ AB ඒකාකාර ඉණිමගක එක කෙළවරක් වූ A රළු තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහි ව තබා ඇත. ඉණිමගේ දෙකෙළවරේම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි. ඉණිමග ගෙබිමට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වන අතර බර nW වූ කුඩා බළලෙක් A වලින් පටන්ගෙන ඉණිමග දිගේ සිරුවෙන් ඉහළට නගියි. ඉණිමගෙහි සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී, බළලා ඉණිමග දිගේ

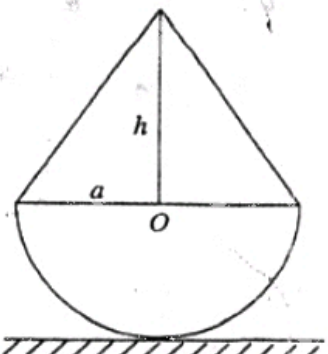
$$\frac{a}{n\left(1+\mu^2\right)}\left[\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1\right]$$

දුරක් නැග ඇති බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, $\mu = \frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට, $n < \frac{1}{4}$ නම්, ඉණිමග ලිස්සා යාමට පෙර, බළලාට එහි මුදුනටවත් ළඟාවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

$n = \frac{1}{4}$ නම් කුමක් සිදුවෙයි ද?

7. රූපයේ දක්වෙන වස්තුව, කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ ඒකාකාර සන අර්ධ ගෝලයකින් සහ පොදු ආධාරකයෙහි දී දෘඩ ලෙස බද්ධ කරන ලද, ආධාරකයේ අරය a සහ උස h වූ, එම ඝනත්වයම සහිත ඒකාකාර සන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් සමන්විත වෙයි. කේතුවේ සහ අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රවලට O සිට දුර, අනුකලනය මගින් සොයන්න.



ඒ නයින්, සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{\left|h^2-3a^2\right|}{4(h+2a)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත වස්තුව, ස්වකීය සමමිතික අක්ෂය සිරස් වන පරිදි, අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් ගෙබිමක් මත කුබා ඇත. එය, සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග කුඩා කෝණයක් සාදන පරිදි, මෙම සමතුලිත පිහිටීමෙන් යම්තම් විස්ථාපනය කරනු ලැබේ.

$h > \sqrt{3}\,a$ වෙයි නම් වස්තුව ඇද වැටෙන බව පෙන්වන්න.

(i) $h < \sqrt{3}\,a$, (ii) $h = \sqrt{3}\,a$

නම් කුමක් සිදුවෙයි ද?

8. (a) X සහ Y යනු S නියැදි අවකාශයට අයත් ප්‍රභින්න සිද්ධි දෙකකි. පහත දක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශයෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක් දයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

- X සහ Y නිරවශේෂ (exhaustive) සිද්ධි වෙයි.
- X සහ Y අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වෙයි.
- X සහ Y ස්වායත්ත සිද්ධි වෙයි.

A සහ B යනු S අවකාශයේ නිරවශේෂ සහ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි. $P(A)=\frac{2}{5}$ වෙයි නම්, $P(B)$ සොයන්න.

C යනු, A සහ C ස්වායත්ත වූ සහ $P(C)=\frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ, S අවකාශයේ තුන්වෙනි සිද්ධියකි. $\overline{A}$ සහ $\overline{C}$ මඟින් පිළිවෙළින් A සහ C හි අනුපූරක සිද්ධි දක්වෙයි.

(i) $P(A\cap C)$ ගණනය කරන්න.

(ii) $P(A\cup C)$ සොයා $P\left(\overline{A}\cap\overline{C}\right)$ අපෝහනය කරන්න.

(iii) $\overline{A}$ සහ $\overline{C}$ ස්වායත්ත වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

D යනු, B සහ D අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වූ සහ $P(D)=\frac{1}{5}$ වන පරිදි වූ, S අවකාශයේ තවරවෙනි සිද්ධියකි. $\overline{B}$ සහ $\overline{D}$ මඟින් පිළිවෙළින් B සහ D හි අනුපූරක සිද්ධි දක්වෙයි. $\overline{B}$ සහ $\overline{D}$ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b) රජයේ සේවකයෙක්, එක්තරා දිනක දී, කාරයෙන්, බස්රියෙන් හෝ දුම්රියෙන් රාජකාරියට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$ සහ $\frac{1}{2}$ වෙයි. මෙම ගමනාගමන ක්‍රම මඟින් පමා වී වැඩට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ සහ $\frac{3}{10}$ වෙයි. මෙම දිනයේ දී ඔහු පමා වූයේ නම්, බේස් ප්‍රමේයය (Bayes' Theorem) භාවිතයෙන්, ඔහු දුම්රියෙන් ගමන් කර තිබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

9. (a) μ සහ σ මඟින්, $\{x_i : i=1, 2, \ldots, n\}$ අගය කුලකයෙහි, පිළිවෙළින් මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය දක්වේ යැයි ගනිමු. පහත දක්වෙන එක් එක් අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(i) $\{x_i+\alpha : i=1, 2, \ldots, n\}$, මෙහි α නියතයක් වෙයි,

(ii) $\{\beta x_i : i=1, 2, \ldots, n\}$, මෙහි β නියතයක් වෙයි.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන්, $\{2x_i+3 : i=1, 2, \ldots, n\}$ අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මතය අපගමනය සොයන්න.

(b) 3, 6, 9, 12, 4, 6, 8, 10, 12, 14, x, y සංඛ්‍යා දෙළහේ මාතය 6 ද මධ්‍යන්‍යය 8 ද වෙයි.

(i) x සහ y හි අගය සහ

(ii) ඉහත සංඛ්‍යා දෙළහේ මධ්‍යස්ථය

සොයන්න.

දැන්, $8-k$, 8, $8+k$ අතිරේක සංඛ්‍යා තුනක් ඇතුළත් කළ විට, සංඛ්‍යා පහළොවේ විචලතාව 12 බව පෙනේ. k හි අගයන් සොයන්න.

***