සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2005 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2005 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2005

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (a) $f(x) = x^2 + bx + c$ හා $g(x) = x^2 + qx + r$ යැයි ගනිමු; මෙහි $b, c, q, r \in \mathbb{R}$ හා $c \neq r$ වේ.

α, β යනු $g(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු.

$f(\alpha) f(\beta) = (c - r)^2 - (b - q)(cq - br)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $f(x) = 0$ ට හා $g(x) = 0$ ට පොදු මූලයක් ඇත්නම්, එවිට $b - q$, $c - r$ හා $cq - br$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

α, γ යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම්, β, γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය

$$x^2 - \frac{(c + r)(q - b)}{(c - r)} x + \frac{cr(q - b)^2}{(c - r)^2} = 0$$ බව පෙන්වන්න.

(b) $p(x) = ax^3 + bx + c$ යන්න $x + 1$ න්, $x - 1$ න් හා $x - 2$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂ පිළිවෙළින් 4, 0 හා 4 වේ. a, b, c හි අගයන් සොයා, $p(x)$ හි ඒකජ සාධක සියල්ල නිර්ණය කරන්න.

2. (a) පිරිමි ළමයින් 7 කින් හා ගැහැනු ළමයින් 5 කින් යුත් සමූහයකින්, පුද්ගලයින් 5 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත විවාද කණ්ඩායමක් තෝරාගත යුතු ව ඇත.

(i) සමූහයේ ඕනෑ ම 5 දෙනෙකු,

(ii) යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු,

(iii) යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු හා එක් පිරිමි ළමයෙකු,

අඩංගු වන සේ මෙම කණ්ඩායම ආකාර කොපමණ ගණනකට සකස් කළ හැකි වේ ද?

(b) $\left(1 + 2x + kx^2\right)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^3 හි සංගුණකය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

මෙම සංගුණකය ශූන්‍ය වේ නම් k හි අගය සොයන්න.

k හි මෙම අගය සඳහා $\left(1 + 2x + kx^2\right)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^r හි සංගුණකය a_r මගින් අංකනය කෙරේ $\sim$,

(i) $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = -121$ බවත්,

(ii) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 122$ බවත්,

පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

3. (a) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)}+\frac{1}{2(n+2)}$$ බව සාධනය කරන්න.

$\frac{1}{4}-\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{r(r+1)(r+2)}<\frac{1}{100}$ වන කුඩාතම n නිඛිලය සොයන්න.

(b) $\frac{1}{2}|x-1|>|x-4|$ වන x හි තාත්ත්වික අගය කුලකය සොයන්න.

4. (a) z_1 හා z_2 යනු ඕනෑ ම සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ගනිමු. ආගන්ඩ් සටහනෙහි z_1+z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපනය කෙරෙන ලක්ෂ්‍යය නිර්මාණය කරන්න.

$|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$ වන අවස්ථාව විදහා දක්වෙන රූප සටහනක් අඳින්න.

සාධාරණ වශයෙන්, $|z_1+z_2|\le|z_1|+|z_2|$ වන්නේ ඇයි දයි ජ්‍යාමිතික ව පැහැදිලි කරන්න.

$z_1=-12+5i$ හා $|z_2|=5$ නම්, $|z_1+z_2|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.

$|z_1+z_2|$ ට ස්වකීය වැඩිතම අගය ඇත්නම් හා $\frac{\pi}{2}<\arg z_2<\pi$ නම්, $p+iq$ ආකාරයෙන් z_2 ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) ආගන්ඩ් සටහනෙහි A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් z_1, z_2, z_3 හා z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.

AB හා CD ලම්බ ව ඡේදනය වේ නම්, එවිට $\left(\frac{z_1-z_2}{z_3-z_4}\right)$ ත්‍රුදෙක් අතාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

5. (a) $y=\frac{1}{2}\left(\sin^{-1}x\right)^2$ නම්, $\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-1=0$ බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ හා $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(b) සමචතුරස්‍ර පතුළක් සහිත එහෙක් පියනක් රහිත, ධාරිතාව $256\ \text{cm}^3$ කින් යුත් සෘජුකෝණාස්‍ර පෙට්ටියක් සෑදිය යුතු ව ඇත. පතුළ සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගඵලෙන්ට්‍රිමීටරයකට මෙන් 8 ගුණයක් සෘජුකෝණාස්‍ර පැති සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගඵලෙන්ට්‍රිමීටරයකට වැය වේ නම්, වඩාත් ම ලාභදායී පෙට්ටියේ මාන සොයන්න.

6. (a) $\tan\frac{x}{2}=t$ ආදේශය යොදාගනිමින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{5+4\sin x}$ අනුකලය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදාගනිමින්, $\int_0^1 15x^3\sqrt{1+x^2}\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(c) $\int\frac{x^2-10x+13}{(x-2)(x^2-5x+6)}\,dx$ සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. ABC ත්‍රිකෝණයක B හා C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $4x-3y=0$ රේඛාව මත හා x- අක්ෂය මත පිහිටයි. BC පාදය $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ හරහා යන අතර එයට m බැවුමක් ඇත.

(i) m ඇසුරෙන් B හා C හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $OB=\left|\frac{10(m-1)}{3(3m-4)}\right|$ බවත්, $OC=\left|\frac{2(m-1)}{3m}\right|$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

(iii) $ABOC$ රොම්බසයක් නම්, m ට හිමිය හැකි අගය දෙක හා A හි අනුරූප බණ්ඩාංක සොයන්න.

8. $x^2+y^2+2gx+2fy=0$ හා $x^2+y^2-4r^2=0$ සමීකරණ සහිත වෘත්ත දෙක එකිනෙකට බාහිර ලෙස කොහෙත් ම ස්පර්ශ නොවන නමුත් $g^2+f^2=r^2$ නම් අභ්‍යන්තර ලෙස එකිනෙකට ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.

පසුව සඳහන් කළ අවස්ථාවේ දී ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යයත්, $0<a<1$ වන $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයත් හරහා යන්නා වූ ද, සමීකරණය $x^2+y^2-4=0$ වන වෘත්තය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක සොයන්න.

මෙම ලක්ෂ්‍ය, විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

9. (a) (i) සෑම θ සඳහා ම, $8\cos^4\theta-4\cos^3\theta-8\cos^2\theta+3\cos\theta+1=\cos 4\theta-\cos 3\theta$ බවත්,

(ii) 7θ යන්න 2π හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් නම්, $\cos 4\theta=\cos 3\theta$ බවත්,

පෙන්වන්න.

$\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

O යනු $O\hat{A}B=O\hat{B}C=O\hat{C}A=\theta$ වන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණයක් තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

OBC හා OAB ත්‍රිකෝණවලට සයින් නීතිය භාවිත කරමින්, සම්මත අංකනයෙන්,

$OB=\frac{a\sin(C-\theta)}{\sin C}=\frac{c\sin\theta}{\sin B}$ බව සාධනය කර,

$\cot\theta=\cot A+\cot B+\cot C$ බව අපෝහනය කරන්න.

* * *