සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

29862

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S III

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2005 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2005 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2005

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

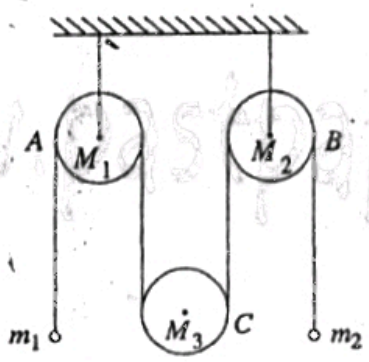
(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.)

1. (a) පොළොවේ සිට h උසකින්, $t=0$ කාලයේ දී, නිසලතාවයෙන් අතහරිනු ලබන A නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් ව වැටෙයි. ඒ මොහොතේ ම B නම් වෙනත් අංශුවක් පොළොවේ ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. එක් එක් අංශුවෙහි චලිතය සඳහා **ප්‍රවේග-කාල** ප්‍රස්තාරය එකම රූප සටහනෙහි අඳින්න.

ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් $\frac{h}{u}$ කාලයේ දී අංශු දෙක ම පොළොවෙහි සිට එකම උසකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

(b) නැවක් නැගෙනහිර දිශාවට සහ උතුරු දිශාවට පිළිවෙළින් ජලයට සාපේක්ෂ ව u හා v සංරචක සහිත ව ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. නැව, සබ්මැරීනයකට d දුරක් උතුරින් ඇති විට, නැව විනාශ කිරීමේ අරමුණෙන් ටෝර්පිඩෝවක්, සබ්මැරීනයෙන් පත්කෙරෙයි. ටෝර්පිඩෝව ජලයට සාපේක්ෂ ව w ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාර ව වලනය වන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, ටෝර්පිඩෝව නැව සමඟ ගැටෙයි නම්, එවිට $w>u$ බව පෙන්වා, ටෝර්පිඩෝව සබ්මැරීනයේ සිට නැව වෙතට වලනයවීමට ගන්නා කාලය සොයන්න.

2. (a) ස්කන්ධ පිළිවෙළින් M_1 හා M_2 වූ A හා B සුමට කප්පි දෙකක් සිරස් ලුහු දඬු දෙකක් මගින් සීලිමකට සවිකර ඇත. රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි ලුහු, අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් A, B හා ස්කන්ධය M_3 වූ වලනය විය හැකි සුමට C කප්පියක් වටා යන අතර, තන්තුවෙහි දෙකෙළවරට m_1 හා m_2 ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකක් ඇඳ ඇත. තන්තුවෙහි කප්පි සමඟ ස්පර්ශ නොවන කොටස් සිරස් වෙයි.



තන්තුවෙහි ආතතිය $\frac{4m_1m_2M_3g}{4m_1m_2+M_3(m_1+m_2)}$ බව පෙන්වා, පද්ධතිය මගින් සීලිම මත ඇති කෙරෙන බලය සොයන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ඇත. තන්තුව නොබුරුල් ව හා යටිඅත් සිරස සමඟ $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයෙ සාදන අයුරින් අංශුව රඳවා ඇතිවිට, අංශුවට OP ඔස්සේ යන සිරස් තලයෙහි, තන්තුවට ලම්බ ව u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබෙයි. අංශුව වෘත්තාකාර චලිතයෙහි යෙදෙන බව උපකල්පනය කරමින්, OP යටිඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන සාධාරණ පිහිටුම සැලකීමෙන්, අංශුව සඳහා ශක්ති සංස්ථිති සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$ga(3+2\cos\alpha) > u^2 > 2ga\cos\alpha$ වෙතොත්, යටිඅත් සිරස සමඟ OP, $\cos^{-1}\left[\frac{1}{3}\left(2\cos\alpha-\frac{u^2}{ga}\right)\right]$ කෝණයක් සාදන අයුරින් අංශුව වෘත්තාකාර චාපයක් සලකුණු කරන බවත්, අනතුරුව ගුරුත්වය යටතේ නිදහස් ව වලනයවීමට ආරම්භ කරන බවත් පෙන්වන්න.

< www.pastpaperslibrary.com > Source : - www.pastpaper1k.com

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

3. A හා B යනු පොළොවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වෙයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් AB සිරස් රේඛාව ඔස්සේ යන සිරස් තලයේ AB ට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් $u\,(>0)$ ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ස්කන්ධය λm වූ දෙවැනි Q අංශුවක් එම සිරස් තලයේ ම BA ට $\beta\left(0<\beta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් B ලක්ෂ්‍යයේ සිට $v\,(>0)$ ප්‍රවේගයෙන් සමගාමී ව ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. අංශු දෙක උඩුගුවනේ දී ගැටෙයි නම්, $u\sin\alpha = v\sin\beta$ බව හා අංශු ගැටෙන තුරු ඒවාහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචක සමාන ව පවතින බව පෙන්වන්න.

ගැටුමට ක්ෂණයකට පෙර P අංශුව සිරස් ව වලනයවන්නේ නම්, ඒ මොහොතේ Q අංශුව ද සිරස් ව වලනය වන බව අපෝහනය කරන්න.

තවදුරටත්, A හා B ලක්ෂ්‍ය අතර දුර $\frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$ වෙයි නම් සහ ගැටුමෙන් පසුව අංශු බද්ධ වෙයි නම්,

(i) $u\cos\alpha = v\cos\beta$ බව,

(ii) සංයුක්ත අංශුව $\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right)u\cos\alpha$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ව වලනයවීමට ආරම්භ කරන බව, හා

(iii) සංයුක්ත අංශුව A සිට $\frac{u^2\sin 2\alpha}{(1+\lambda)g}$ දුරක දී පොළොවට වැටෙන බව,

පෙන්වන්න.

Q අංශුවෙහි ස්කන්ධය P අංශුවෙහි ස්කන්ධය සමග සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව B හි දී පොළොවට වැටෙන බවත්, අනෙක් අතට P අංශුවේ ස්කන්ධය Q අංශුවේ ස්කන්ධය සමඟ සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව A හි දී පොළොවට වැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ සමාන වෙයි නම්, සංයුක්ත අංශුව පොළොවට වැටෙන්නේ කිනම් ලක්ෂ්‍යයක දී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

4. (a) ස්කන්ධය M kg වූ ලොරියක්, එන්ජිම H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, සිරස් පාරක ධාවනය වන විට එහි උපරිම වේගය u m s^{-1} වෙයි. එන්ජිම එම ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරමින් සිරසට ආනතිය α වූ පාරක ඉහළට ධාවනය වනවිට ලොරියේ උපරිම වේගය v m s^{-1} වෙයි. ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස් ව පවතී නම්, H හි අගය සොයන්න.

(b) ස්වාභාවික දිග l වූ ලඝු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇද, ඇති අතර අනෙක් කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සමතුලිත ව එල්ලෙයි. සිරස් සමතුලිත පිහිටීමෙහි තන්තුවේ විතතිය c වෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

P අංශුව සමතුලිතතාවෙන් නිසල ව ඇති විට, සමාන ස්කන්ධයක් ඇති වෙනත් Q අංශුවක් P ට සිරස් ව ඉහළින් c උසක සිට නිසල ව සිඳී වැටී, P සමඟ ගැටී බද්ධ වෙයි. ගැටුමට පසු t කාලයේ දී තන්තුවේ x විතතිය, $\ddot{x}+\omega^2(x-2c)=0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega^2=\frac{g}{2c}$ වෙයි.

$x = 2c + a\cos\omega t + b\sin\omega t$ වන පරිදි a සහ b නියත සොයන්න.

ඒ නයින්, සංයුක්ත අංශුව ගැටුමෙන් $\frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{2c}{g}}$ කාලයකට පසුව ස්ථිතික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වා, මෙම මොහොතේ තන්තුවේ විතතිය සොයන්න.

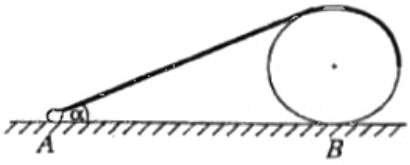
< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

5. (*a*) නිව්ටන *P*, *Q*, *R*, *P*, 2*P*, 3*P* බල, පැත්තක දිග මීටර $2a$ වූ *ABCDEF* ඒකතල සවිපි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙළින් *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FA* පාද දිගේ, අඟුරු පටිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි.

(i) පද්ධතිය බලයුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම්, *P* ඇසුරෙන් *Q* සහ *R* සොයා, යුග්මයේ සූර්ණය ගණනය කරන්න.

(ii) පද්ධතිය *AD* දිගේ තනි බලයකට තුල්‍ය වෙයි නම්, *P* ඇසුරෙන් *Q* සහ *R* සොයන්න.

(*b*) රළු තිරස් ගෙබිමක නිසල ව තිබෙන බර *w* වූ *A* අංශුවකට එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, ගෙබිම සමග *B* ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ යන ජනකයක් දිගේ ස්පර්ශ ව ගෙබිමෙහි නිසලතාවේ ඇති, අරය *a* සහ බර *W* වූ සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් වටා ඔතනු ලැබ ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සිලින්ඩරයට සවිකර ඇත. තන්තුව ඔස්සේ යන තිරස් තලය, සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බ වන අතර, සිලින්ඩරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යමින්, රූපයෙහි දක්වා ඇති අයුරින්, *AB* දිගේ ගෙබිම ඡේදනය කරයි. තන්තුව යාන්තමින් නොබුරුල් වන අතර, *AB* සමඟ α කෝණයක් සාදයි. සිලින්ඩරය *B* හි දී වලනයවීම වැළැක්වීමට තරම් ගෙබිම රළු වෙයි. අංශුව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන පරිදි, සිලින්ඩරයට, සූර්ණය *G* වූ බල යුග්මයක් යොදනු ලැබෙයි. අංශුව සහ ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{\mu w}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.



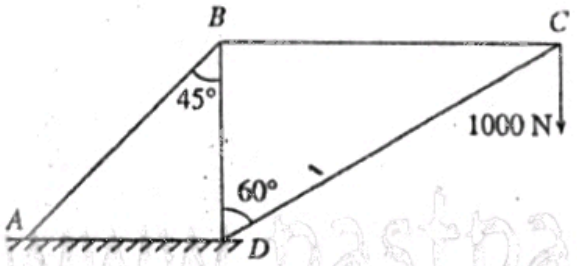
B වටා සූර්ණ ගැනීමෙන් *G* හි අගය සොයන්න.

6. (*a*) *AB* හා *BC* යනු සමාන $2a$ දිග සහ පිළිවෙළින් *W* හා $2W$ බර සහිත ඒකාකාර දඬු දෙකකි. ඒවා *B* හි දී සුමට ලෙස එකඟ අසව් කර ඇති අතර, *A* සහ *C* හි දී අවල තිරස් බාල්කයකට ද අසව් කර ඇත. දඬු, *AC* ට පහළින් *B* පිහිටන පරිදි හා $C\hat{A}B = \alpha$ වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ ඇත.

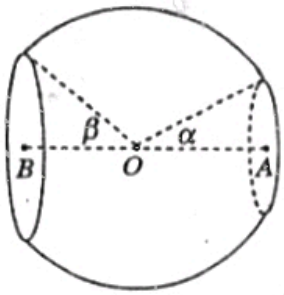
(i) *B* හි අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය $\frac{3}{4}W\cot\alpha$ බව පෙන්වා, මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය සොයන්න.

(ii) තවදුරටත්, *A* හා *C* හි ප්‍රතික්‍රියාවල ක්‍රියා රේඛා එකිනෙකට ලම්බ වෙයි නම්, $\tan\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{35}}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) නිදහස් ලෙස සන්ධි කරන ලද *AB*, *BC*, *CD* හා *BD* ලුහු දඬු භාවිතයෙන් සැදි දොඹකරයක් රූපයෙන් පෙන්නුම් කෙරෙයි. *BD* දණ්ඩ සිරස් වන අතර, *BC* දණ්ඩ තිරස් වෙයි. දෙඹකරය *A* හා *D* හි දී තිරස් පොළොවට සවිකර ඇති අතර, 1000 N භාරයක් *C* හි දරයි. ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින්, දඬුවල බල සෙවීමට බෝ අංකනය යොදාගන්න.



7. රූපයෙහි දක්වෙන අයුරින්, අරය *a*, කේන්ද්‍රය *O* හා පෘෂ්ඨ ඝනත්වය σ වූ ඒකාකාර ගෝලීය කබොලකින්, *O* සිට (*O* හි දෙපැත්තේ) $a\cos\alpha$, $a\cos\beta$ දුරින් වූ සමාන්තර තල දෙකකින්, කලාපයක් කපා වෙන් කෙරෙයි; මෙහි $0 < \alpha < \beta < \dfrac{\pi}{2}$ වෙයි.



අනුකලනයෙන්,

(i) කලාපයේ ස්කන්ධය $2\pi a^2\sigma(\cos\alpha + \cos\beta)$ බව,

(ii) කලාපයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, සමමිතික අක්ෂය මත, එහි *A*, *B* දෙතෙළවර අතර හරි මැද පිහිටන බව,

පෙන්වන්න; මින් *A* තෙළවර, *O* සිට $a\cos\alpha$ දුරකින් වෙයි.

σ පෘෂ්ඨ ඝනත්වය ම සහිත අරය $a\sin\beta$ වූ තුනී ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක් සිය කේන්ද්‍රය *B* හි පිහිටන පරිදි කලාපයේ වඩා විශාල වෘත්තාකාර දරයට සවිකරනු ලැබේයි. $\sin\alpha = \sin\beta\sqrt{1-\cos\beta}$ වෙතොත්, සංයුක්ත වස්තුවට ගෝලාකාර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් තිරස් ගෙබිමක් මත ඇති අයුරින් සමතුලිතතාවේ නිසල ව පිහිටිය හැකි බව පෙන්වන්න.

[අනුරුවැයි පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3