[සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
[முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

30337

10 S II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2004 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2004 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2004

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

පැ තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

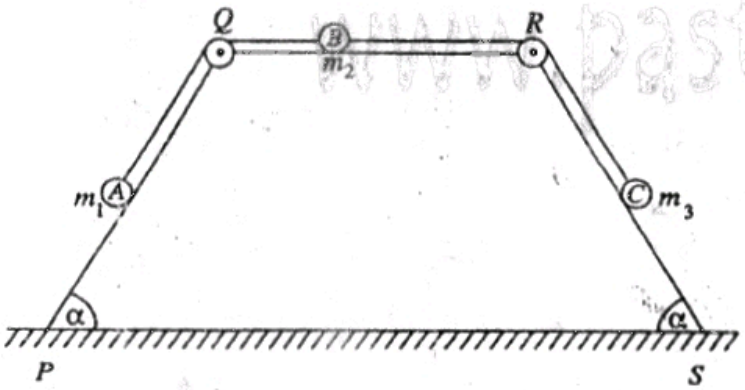
1. (a) බිම සිට h උසකින් $\sqrt{2}\,gT$ වේගයෙන් සිරස් ව ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙන අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ චලනය වෙයි; මෙහි T යනු නියතයකි.
අංශුවේ ප්‍රවේගයේ සිරස් හා සිරස් සංරචක යදහා වෙන වෙන ම වේග-කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න.

අංශුව බිම පසිත වන විට එය ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{3}{2}gT^2$ දුරකින් වෙයි නම්, වේග-කාල ප්‍රස්තාර යොදා ගනිමින්, අංශුව බිමට ළඟාවීමට ගන්නා කාලය T බව හා $h=\frac{1}{2}gT^2$ බව පෙන්වන්න.

(b) පළල w වූ මෝටර් කාරයක් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවේ ගැටී නොගැටී එයට සමාන්තර ව ඒකාකාර ව චලනය වෙයි. කාරයට l දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාව අයිනේ වූ පයින් යන මඟියෙක් පාර හරහා යාම සඳහා ඒකාකාර ව ගමන් කිරීමට පටන් ගනියි. පාරට සාපේක්ෂ ව, කාරයේ වේගය v හා මඟියාගේ වේගය u නම්, $u > v\sin\alpha$ වෙතොත් මඟියාට කාරය ඉදිරියෙන් ආරක්ෂාකාරී ව පාර හරහා මාරුවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{w}{l}\right)$ වේ.

$u = v\sin\alpha$ නම්, පාරට සාපේක්ෂ ව කාරයේ වලිතයේ දිශාව සමඟ $\frac{\pi}{2}-\alpha$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් දිගේ පාරට සාපේක්ෂ ව ඇවිදීමෙන් මඟියාට යම්තම් කාරයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා මාරු විය හැකි බව පෙන්වන්න.

2. රූප පටහනෙන්, ස්කන්ධය M වූ සුමට කොටයක සිරස් හරස්කඩක් දක්වෙයි. මෙහි QR හා PS සිරස් වන අතර PQ හා RS සිරසට α කෝණයකින් ආනත වේ. සුමට ලුහු අප්‍රත්‍යාර්ථ තන්තුවක් Q හා R හි වූ කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් යයි. තන්තුවේ කෙළවරවලට ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m_1 හා m_3 වූ A හා C කුඩා සුමට අංශු දෙකක් ඇඳ ඇත. ස්කන්ධය m_2 වූ තෙවැනි කුඩා සුමට B අංශුවක් Q හා R අතර දී තන්තුවට ඇඳ ඇත. කොටයට සුමට සිරස් තලයක නිදහසේ චලනය විය හැකි ය. තලයට සාපේක්ෂ ව කොටයේ ත්වරණය, කොටයට සාපේක්ෂ ව අංශුවල ත්වරණ, සහ තන්තුවේ AB හා BC කොටස්වල ආතති නිර්ණය කිරීම සඳහා පමිකරණ ලියා දක්වන්න.



B අංශුවේ ස්කන්ධය නොගිණිය හැකි නම් තන්තුවේ AB හා BC කොටස් දෙකෙහි ආතති එක ම බව පෙන්වන්න.

වැඩි දුරටත්, කොටයේ ස්කන්ධය ද නොගිණිය හැකි නම්, A හා C මත කොටයේ ප්‍රතික්‍රියාවල්හි විශාලත්ව එක් එකක් $\frac{2m_1m_2}{m_1+m_3}g\cos\alpha$ ව සමාන බව පෙන්වන්න.

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com >

3. (a) අංශුවක් පොළවේ පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයකින්, ගුරුත්වය යටතේ තිරසට α කෝණයකින් u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ඒ මොහොතේ ම, O හි සිට d ලම්බ දුරකින් වූ ද අංශුවෙහි සිරස් වලින තලයට ලම්බ වූ ද සිරස් පැලැල්ලක් අංශුවෙන් ඉවතට තිරස් දිශාවක් අනුව ඒකාකාර v-v වේගයකින් චලනයවීමට සැලැස්වෙයි.
අංශුව පොළවේ සිට h උසෙහි දී පැලැල්ල හා ගැටෙයි නම්
$u\cos\alpha > v$ හා $gd^2 - 2u\sin\alpha(u\cos\alpha - v)d + 2h(u\cos\alpha - v)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$d > \frac{2u}{g}\sin\alpha(u\cos\alpha - v)$ නම්, අංශුව පැලැල්ල හා ගැටිය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P අංශුවකට, සිරස් තලයක අචල ව ඇති අරය r හා කේන්ද්‍රය O වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර බටයක් තුළ ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය විය හැකි ය. අංශුව බටයේ පහත් ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{3gr}$ වේගයෙන් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි.

අංශුවේ චලනය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති නියමය යොදගත හැකි ඇයි දයි හැහැදිලි කරන්න.

OP යටිඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය v නම් $v^2 = gr(1 + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, අංශුව මත බටයේ ප්‍රතික්‍රියාව $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ විට එහි දිශාව වෙනස්වන බව පෙන්වා, ඒ ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුවේ වේගය සොයන්න.

4. (a) කුඩා සුමට A අංශුවක් හා ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට ප්‍රත්‍යාස්ථ B අංශුවක් දිග l වූ අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර සුමට තිරස් තලයක නිසල ව ඇත. දන් පද්ධතිය, තන්තුව තොබුරුල් ව, AB දිශාව දිගේ u වේගයෙන් චලනය වෙයි. යම් කාලයකට පසුව, B අංශුව තලය මත නිසල ව ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ප්‍රත්‍යාස්ථ C අංශුවක් සමඟ ගැටෙයි. B හා C අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, C අංශුව සමඟ ගැටීමෙන් පසු B අංශුව $\frac{m - eM}{m + M}u$ වේගයෙන් චලනයවන බව, සහ B හා C අතර ගැටුම් මොහොතෙන් $\frac{(m+M)l}{M(1+e)u}$ කාලයකට පසුව A අංශුව B අංශු සමඟ ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට මුදුවක් තුළින් යන ස්වාභාවික දිග l වූ ලඝු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සිරිමක වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ඇත. මුදුව O ලක්ෂ්‍යයෙහි නිසල ව රඳවා හිනිය දී තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඇඳ ඇති ස්කන්ධය M වූ P අංශුවක් සමතුලිතතාවෙන් එල්ලී ඇත. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2Mg$ නම් සමතුලිත පිහිටුමේ දී තන්තුවේ විතතිය $\frac{l}{2}$ බව පෙන්වන්න.

දන් O හි දී නිශ්චලතාවයෙන් මුදහැ ලැබූ මුදුව හා තන්තුව දිගේ ගුරුත්වය යටතේ සිරස් ව යටි අතට පර්පණය වී P සමඟ ගැටී හාවෙයි. මුදුවෙන් හා අංශුවෙන් සමන්විත වූ සංයුත වස්තුව $\frac{m}{M+m}\sqrt{3gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ව යටි අතට චලනයවීම අරඹන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ විතතිය x විට, සංයුත වස්තුව සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා, සංයුත වස්තුව $\sqrt{\frac{2Mg}{(M+m)l}}$ සංඛ්‍යාතය සහිත සරල අනුවර්ති චලිතයේ යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

5. (a) දිග 1 m වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක AB, CB, CD හා AD දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දක්වෙන දිශා අතර ඔළිවෙළින් නිවිටන 5, 6, 1 හා 2 විශාලත්වයෙන් වූ බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

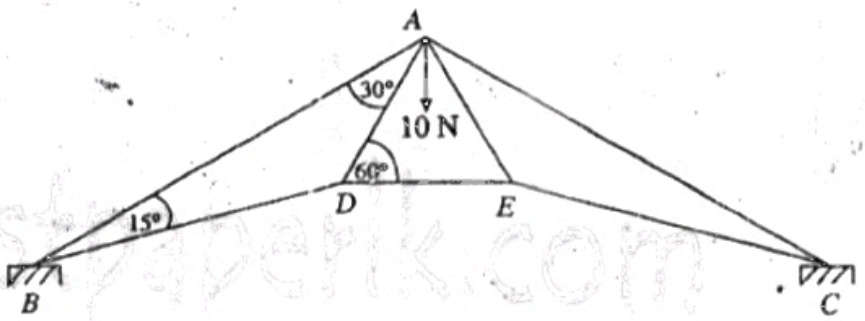
BD දිගේ B සිට D දිශාව අතට ක්‍රියාකරන විශාලත්වය නිව්ටන $4\sqrt{2}$ වන තවත් බලයක් පද්ධතියට එකතු කෙරෙයි. පද්ධතිය විශාලත්වය 1 N m වූ යුග්මයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

(b) ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අඩියේ සිට b දුරකින් වූ ඉනිමහක් රළු සිරස් පොළොවක තැබී සිටීමින් පොළොවට අචල ලෙස සවිකර ඇති අරය r වූ රළු සිලින්ඩරාකාර පයිප්පයකට හේත්තු වී සමතුලිතතාවයෙහි පවතියි. ඉනිමහ, පයිප්පය සමඟ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයෙන් ඔබ්බට ප්‍රක්ෂේප වන අතර පයිප්පයේ අක්ෂයට ලම්බ වෙයි. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකේ ම ඝර්ෂණ කෝණය λ යැයි ද සිරසට ඉනිමහේ ආනතිය 2α $(b < r\cot\alpha)$ යැයි ද ගනිමු. ඉනිමහ අඩියේ සිට ඉනිමහ දිගේ මැනෙන x දුරකින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් ඉනිමහේ බරට සමාන බරක් ඇති භාරයක් එල්ලා ඇත. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි ම ඉනිමහ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී.

$(b + x)\sin^2\alpha\cos 2\alpha = r\sin\lambda\cos\lambda$ බව පෙන්වන්න.

6. (a) AB, BC හා CD යනු B හා C හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති සමාන බරින් හා දිගින් යුත් ඒකාකාර දඬු තුනක් වෙයි. A හා D කෙළවරවල් එකම මට්ටමක වූ අචල සුමට සිරස් කුරු දෙකකට අසව් කර ඇත. පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් එල්ලී ඇත. AB හා CD සිරසට එකම α කෝණයකින් ආනත වේ නම් හා β යනු A හි දී AB මෙය ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරසට ආනතිය නම්, $\tan\alpha = \frac{2}{3}\tan\beta$ බව පෙන්වන්න.

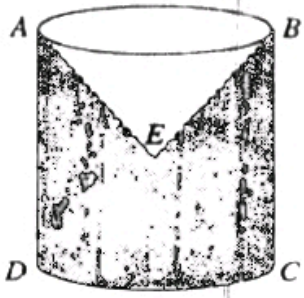
(b)



රූප සටහනේ පෙන්වා ඇති සැහැල්ලු රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටන අතර A ඔස්සේ යන සිරස් රේඛාව වටා සමමිතික වෙයි. එකම සිරස් මට්ටමේ ඇති B හා C හි වූ ආධාරක මත රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයෙහි පිහිටයි. $D\hat{B}A$, $D\hat{A}B$ හා $A\hat{D}E$ කෝණ පිළිවෙළින් 15°, 30° හා 60° වෙයි. A ලක්ෂ්‍යයෙන් 10 N ක භාරයක් එල්ලා ඇත්නම්, බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, එනයින් CE දණ්ඩට විශාලත්වය $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cosec 15° N වූ ආතතියක් ඇති බව පෙන්වන්න.

අනෙක් දඬු එක එකක ප්‍රත්‍යාබලය, එය ආතතියක් හෝ තෙරපුමක් දැයි දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.

7. උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින්, එහි අක්ෂය මත වන බව පෙන්වන්න.



රූප සටහනෙන්, උස H හා ආධාරක අරය R වූ $ABCD$ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් උස h හා ආධාරක අරය R වූ ඝන සෘජු වෘත්තාකාර EAB කේතුවක් හාරා ඉවත් කිරීමෙන් පසුව ඉතුරු කොටස දක්වෙයි. එසේ හැරීමෙන් ලැබෙන S වස්තුවෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට AB සිට ඇති දුර සොයන්න.

එනයින්, S හි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය E හි ඇත්නම් එවිට $h = \left(2-\sqrt{2}\right)H$ බව පෙන්වන්න.

S වස්තුව සිරස සමඟ $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන රළු තලයක් මත, DC ආධාරකය තලය මත වන පරිදි තබා ඇත. S ලිස්සීමෙන් වැළැක්වීමට තරම් තලය රළු වෙයි. S හි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය E හි ඇතැයි උපකල්පනය කරමින්, $R\tan\alpha > \left(\sqrt{2}-1\right)H$ නම් S ඇද නොවැටෙන බව පෙන්වන්න.

[තෙරපෙන පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source : www.pastpapers.lk

8. (a) යසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව p_1 වේ. දෝෂ සහිත අයි දෝෂයක් ඇති බවී අනාවරණය කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව p_2 වේ. යසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද අයි දෝෂයක් ඇති බවී අනාවරණය කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. (හොඳ අයිතමයකු දෝෂයක් අනා කර ගැනීමේ සම්භාවිතාව 0 බව ඔබට උපකල්පනය කළ හැකි ය.)

එවැනි අයිතම තුනක් යසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද්දේ යැයි සිතමු.

(i) අයිතම තුන අතරේ දෝෂ කිසිවක් අනාවරණය නොවීමේ,

(ii) අයිතම දෙකක දෝෂයන් අනාවරණය කර ගැනීමේ,

(iii) අඩු වශයෙන් අයිතම දෙකෙහිවත් දෝෂයන් අනාවරණය කර ගැනීමේ

සම්භාවිතාව නිර්ණය කරන්න.

(b) X හා Y අනාවැකි පළකරන්නන් දෙදෙනෙක් එකිනෙකට ස්වායත්ත ලෙස කාලගුණය පුරෝකථනය X අනාවැකි පළකරන්නා කාලගුණය නිවැරදි ලෙස පුරෝකථනය කිරීමේ සම්භාවිතාව α ද Y අනා පළකරන්නා කාලගුණය නිවැරදි ලෙස පුරෝකථනය කිරීමේ සම්භාවිතාව β ද වෙයි. දෙන ලද දවසක් සඳ අනාවැකි පළකරන්නා යහපත් කාලගුණයක් පුරෝකථනය කළ අතර, Y අනාවැකි පළකරන්නා අය කාලගුණයක් පුරෝකථනය කළේ ය. X අනාවැකි පළකරන්නා නිවැරදි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. (a) එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවකයින් 100 කගේ මාසික වේතනයන් පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දී

මාසික වේතනය (රුපියල්වලින්)	සේවකයින් ගණන
6 000	35
10 000	30
15 000	25
20 000	10

මෙම වේතන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාශය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය සොයන්න.

සේවකයින් 4 දෙනෙකු අභිකාල වැඩෙහි යෙදෙන්නේ නම් හා එක එකෙකු ඔහුගේ මාසික වේතය රුපියල් 3 750 කින් වැඩි කරගනු ලැබේ නම් මෙම අගයන්ගෙන් කවරක් වෙනස් වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතු සනාථ කරන්න.

(b) මිනිසුන් 200 කගේ බර ආසන්න කිලෝග්‍රෑමයට මනිනු ලැබී ඇත. ලබාගත් ප්‍රතිඵල පහත වගුවේ පෙන්වා ඇ

බර (kg)	45 - 54	55 - 64	65 - 74	75 - 84	85 - 94	95 - 104
සංඛ්‍යාතය	24	50	58	35	21	12

(i) මාත පන්තිය භාවිතයෙන් ව්‍යාප්තියේ මාතය ආගණනය කරන්න.

(ii) මධ්‍යස්ථ පන්තිය භාවිතයෙන් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය ආගණනය කරන්න.

(iii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාශය හා සම්මත අපගමනය අගයන්න.

* * *

www.pastpaperslk.com