සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

34522

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2003 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2003 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Advanced Level) Examination, April 2003

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැ තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. $\lambda \in \mathbb{R}$ සහ $p(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$ යයි ගනිමු.

   (i) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $p(x)$ ධන වන සේ වූ λ හි අඩුතම නිඛිලමය අගය සොයන්න.

   (ii) $p(x) = 0$ සමීකරණයට ප්‍රතිත්ත තාත්ත්වික මූල දෙකක් නිබෙන්නේ λ හි කවර අගයයන් සඳහා ද?

   (iii) $p(x) = 0$ හි මූල තාත්ත්වික ද එම මූල දෙකෙහි වෙනස 3 ට සමාන ද නම් λ සොයන්න.

2. (a) එක්තරා පන්තියක ශිෂ්‍යයන් 8 දෙනෙක් සිටී. තරඟයකට සහභාගී වීම සඳහා කණ්ඩායම් හතරකට එම ශිෂ්‍යයන් බෙදීමට පංතියේ ගුරුවරයාට අවශ්‍ය වේ. කණ්ඩායම්වල තරම එක හා සමාන වීම අවශ්‍ය ම නොවන අතර කණ්ඩායමක් එක් නැනැත්තකුගෙන් වුව ද සමන්විත විය හැකි ය.

   අවශ්‍ය කණ්ඩායම් හතර 1701 ආකාරයකින් සැදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

   (b) ද්විපදී ප්‍රමේයයෙන්,
   $0 \le r \le n-1$ සඳහා ${}^nC_{r+1} + {}^nC_r = {}^{n+1}C_{r+1}$ බව පෙන්වන්න.

   තව ද, $0 \le r \le 2002$ සඳහා ${}^{2003}C_r + {}^{2004}C_r + \ldots + {}^{2013}C_r = {}^{2014}C_{r+1} - {}^{2003}C_{r+1}$
   බව අපෝහනය කරන්න.

3. (a) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම

   $$8(n+1)! > 2^{n+1}(n+2)$$

   බව සාධනය කරන්න.

   $$\sum_{k=1}^{n} \frac{k!}{2^k} > \frac{1}{16}\left(n^2 + 3n + 4\right)$$ බව අපෝහනය කරන්න.

   ඒ නයින්, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

   (b) $|x+2| + |x-1| > 5$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 1

[දැවෙනි පිටුව බලන්න.

4. $\omega = \sqrt{3} + i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ වන අතර $0 \leq \theta < 2\pi$ පරිදි වූ θ, රේඩියන වලින් ඇත.

ඉහත ස්වරූපයෙන් ω^2, ω^3, ω^4 සහ ω^5 ලබාගන්න.

$$6 < |z| < 30 \quad \text{සහ} \quad \frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{5\pi}{6}$$

වන සේ වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහනේ නිරූපනය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත R පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

ω^n $(n = 1, 2, \ldots, 5)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය අතරින් කුමන ලක්ෂ්‍ය R පෙදෙසේ පිහිටන්නේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

5. (a) $y = e^{\cos x}$ නම්,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_{x=0} \text{ සහ } \left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)_{x=0}$$

සොයන්න.

(b) $y = \frac{2x}{1+x^2}$ යයි දී ඇත්නම්, $\frac{dy}{dx} = 0$ වන සේ වූ x හි අගයයන් සොයන්න.

y හි එම ස්ථාවර අගයයන්හේ ස්වභාවය, ප්‍රථමව්‍යුත්පන්නයේ හැසිරීම පමණක් සලකා බැලීමෙන්, පරීක්ෂා කරන්න.

$y = \frac{2x}{1+x^2}$ වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

6. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් $\int_1^8 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ අනුකලය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^2 e^{2x+3}\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(c) $\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$ සොයන්න.

7. සමාන්තරාස්‍රයක පාද දෙකක් $y = x - 2$ සහ $4y = x + 4$ සමීකරණවලින් දී ඇත. සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.

(i) සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාදවල සමීකරණ ද,

(ii) විකර්ණවල සමීකරණ ද

ලබාගන්න.

තව ද, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

(පුන්වැකි වටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

8. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය වේ නම්, $2gg' + 2ff' = c + c'$ බව පෙන්වන්න.

P සහ Q යනු, පිළිවෙළින් $(-a, 0)$ සහ $(a\cos\theta, a\sin\theta)$ බණ්ඩාංක සහිත $S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය යයි ගනිමු. $PQ = QR$ වන පරි PQ ජ්‍යාය R ලක්ෂ්‍යයකට විස්තීරණය කර ඇත. R හි බණ්ඩාංක සොයා, θ විචලනය වන විට S' වෘත්තයක් මත R පිහිටන බව පෙන්වන්න. S' හි සමීකරණය ලබාගන්න.

S'' තෙවන වෘත්තයක්, y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර S සහ S' වෘත්ත දෙක ම ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලැබේ. එවැනි S'' වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලබාගන්න.

9. (a) θ යනු $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයකට සමාන නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් විට,

$x = \sin\theta - \cos\theta$ සහ $y = \tan\theta + \cot\theta$ නම්, $\sin 2\theta$

(i) x ඇසුරෙන් පමණක්,

(ii) y ඇසුරෙන් පමණක්

ලබාගන්න.

ඒ නයින් x සහ y අතර සම්බන්ධතාවයක් ලබාගන්න.

(b) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2\cos 2x)\sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sin x(\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නියමය** ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a = b + \lambda c$ වේ. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$.

$\lambda\cos\frac{C}{2} = \cos\left(B + \frac{C}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

* * *

www.pastpaperlk.com