සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

2. (a) තිරසට $\alpha_1 \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වූ දිශාවට U ආරම්භක වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ, P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. O හි සිට d_1 සහ d_2 තිරස් දුරවල දී බිමට ඉහළින් $h\left(\leq \frac{U^2}{2g}\sin^2\alpha_1\right)$ උසකින් P අංශුව සිටෙන්නේ නම්,

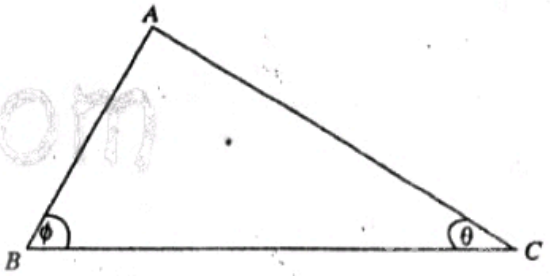
$$d_1 + d_2 = \frac{U^2}{g}\sin 2\alpha_1 \quad \text{සහ} \quad d_1 d_2 = \frac{2hU^2}{g}\cos^2\alpha_1$$

බව පෙන්වන්න.

O හි සිට $OA = \frac{U^2}{2g}\sin 2\alpha_1$ තිරස් දුරක් ගෙවා ගිය පසු අංශුව උපරිම උසකට ළඟාවන බව අපෝහනය කරන්න.

OA හරහා වූ සිරස් තලයේ තිරස සමඟ $\alpha_2 \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවට එකම U වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ වෙනත් Q අංශුවක් O හි සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. Q අංශුව ද O හි සිට එකම OA තිරස් දුරකින් පිහිටි විට දී උපරිම උසකට ළඟාවූයේ නම්, $\alpha_1 + \alpha_2$ සොයන්න.

(b) රූප සටහනෙහි දක්වෙන්නේ, තිරසට පිළිවෙළින් ϕ සහ θ $(\sin 2\phi > \sin 2\theta)$ කෝණවලින් ආනත වූ AB සහ AC සුමට මුහුණත් දෙකක් සහිත ස්කන්ධය M වූ කුප්පසයක ABC සිරස් හරස් කඩයි.



එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ P සහ Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙළින් AB සහ AC ඔස්සේ පහළට ලිස්සා යයි. කුප්පසය සවිකොට ඇත්නම්, P හි සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න.

කුප්පසය සුමට නම් හා සුමට අවල තිරස් තලයක් මත එයට නිදහසේ වලනය විය හැකි නම්, තලයට සාපේක්ෂව කුප්පසයේත් අංශුවලත් ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න.

කුප්පසය $\frac{mg(\sin 2\phi - \sin 2\theta)}{2\left[M + m(\sin^2\theta + \sin^2\phi)\right]}$ ත්වරණයකින් වලනය වන බව පෙන්වන්න.

$\theta = \phi$ විට, කුප්පසය ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් වලනය වන බව පෙන්වා, ඒ නැතිනම් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ P හි සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න.

3. (a) කුඩා අරයන්ගෙන් හා සම ස්කන්ධයෙන් යුත් P සහ Q සුමට ගෝල දෙකක්, පළල කුඩා වූ ද අරය a වූ ද සුමට තිරස් වෘත්තාකාර කට්ටියක පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිටී. $t = 0$ කාලයේ දී, P සහ Q ගෝල පිළිවෙළින් U සහ V වේග සහිත ව, ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට කට්ටිය දිගේ සමගාමීව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P සහ Q ගෝල එකිනෙක මුලින් ම ගැටෙන්නේ කවර t කාලයක දී ද?

ගැටුමට පසු, පිළිවෙළින් U_1 සහ V_1 වේග සහිතව කට්ටිය දිගේ P සහ Q වලනය වේ නම් ද ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e (< 1) නම් ද, U_1 සහ V_1 නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න.

$U > V$ නම්,

(i) ගැටුමට පසු, Q ගෝලය එහි මුල් ගමන් දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට වලනය වන බව ද

(ii) සහ ගැටුමට පසු ගෝල දෙක ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට වලනය වන්නේ නම්, $e > \frac{U - V}{U + V}$ බව ද

පෙන්වන්න.

(ii) හි ඇති අවශ්‍යතාව e සපුරාලෙයි නම්, $t = \frac{2\pi a(1+e)}{e(U+V)}$ විට P සහ Q නැවත ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

(b) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, දිග a වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. ආරම්භයේ දී, තන්තුව නොබුරුල් ව P නිසලව තිබිය දී I ආවේගයක් OP ට ලම්බ දිශාවකට P ට යොදනු ලැබේ. ඉන් පසුව සිදුවන චලිතයේ දී යටියක් සිරස සමඟ θ කෝණයක් OP සාදන විට P හි ප්‍රවේගය v ද තන්තුවේ ආතතිය T ද නම්,

$$v^2 = \frac{I^2}{m^2} - 2ga + 2ga\cos\theta$$

සහ $T = \frac{I^2}{ma} - 2mg + 3mg\cos\theta$

බව පෙන්වන්න.

(i) අංශුව සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යයි නම්, $I > m\sqrt{5ag}$ බව ද

(ii) OP රේඛාව උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදන විට අංශුව වෘත්තාකාර චලිතයෙන් ඉවත් වේ නම්,

$$m\sqrt{2ga} < I < m\sqrt{5ga} \quad \text{සහ} \quad \cos\alpha = \frac{I^2}{3m^2ga} - \frac{2}{3}$$ බව ද

අපෝහනය කරන්න.

4. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ ද වූ AB ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක A කෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර B කෙළවර බිමෙහි සිට $2l$ ට වැඩි උසකින් පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා ඇත. P අංශුව B හි නිසලව තබා මුදා හරිනු ලැබේ.

ශක්ති සංස්ථිතිය පිළිබඳ මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

(i) තන්තුවේ උපරිම දිග $2l$ බව පෙන්වා,

(ii) තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇති විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

$x\,(>l)$ යනු t කාලයේ දී තන්තුවේ දිග යැයි සිතමු. P හි $\dot{x}$ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයක් ලියන්න. එම සමීකරණයෙන්,

$$\ddot{y} + \frac{4g}{l}y = 0\ ;\ y \geq -\frac{l}{4}$$

ආකාරයේ සමීකරණයක් ලැබෙන බව පෙන්වන්න; මෙහි $y = x - \frac{5l}{4}$.

y සඳහා, $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, A, B, ω නියත සොයන්න.

ඒ නයින්,

(iii) y හි උපරිම අගය නිර්ණය කර එමගින් තන්තුවේ උපරිම දිග ලබාගන්න.

(iv) P හි වැඩිතම වේගය සොයන්න.

5. (a) $ABCDEF$ යනු පැත්තක දිග මීටර 2 ක් වූ යවිටි ෂඩ්භුජයකි. AB, BC, CD, DE සහ EF පාද ඔස්සේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන, විශාලත්ව පිළිවෙළින් නිව්ටන් 4, 3, 2, 5 සහ 6 වූ බල ක්‍රියාකරයි. තව ද, FC සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට විශාලත්වය නිව්ටන් P වූ වෙනත් $\mathbf{P}$ බලයක් ද ෂඩ්භුජයේ තලය මත F හි දී ක්‍රියා කරයි.

(i) ඉහත බල පද්ධතිය යුග්මයකට පමණක් ඌණනය වේ නම්, P සහ θ නිර්ණය කර යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(ii) $\mathbf{P}$ බලය AF ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි නම් සහ $P = 7$ නම්, පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාව (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) AB සමඟ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(b) අරය a වන සුමට තුනී අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් එහි ගැටිය තිරස් ව සහ ඉහළින් ම පිහිටන පරිදි සවිකොට ඇත. බර W සහ දිග $2l\,(>2a)$ වන සුමට ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර පාත්‍රයේ ඇතුළත පෘෂ්ඨයේ පිහිටන පරිදි දණ්ඩේ C ලක්ෂ්‍යයක් පාත්‍රයේ ගැටිය මත ගැටෙමින් නිසලව ඇත. දණ්ඩ මත ක්‍රියා කරන බල සටහන් කරන්න.

A වටා සූර්ණ ගැනීමෙන් C හි දී R ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{Wl}{2a}$ බව පෙන්වන්න.

තව ද, R සහ W අතර තවත් සම්බන්ධතාවක් ලබා ගන්න.

ඒ නයින්, CB හි දිග $\frac{1}{4}\left(7l - \sqrt{l^2 + 32a^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

l ඉතරවනි පිටුව බලන්න.

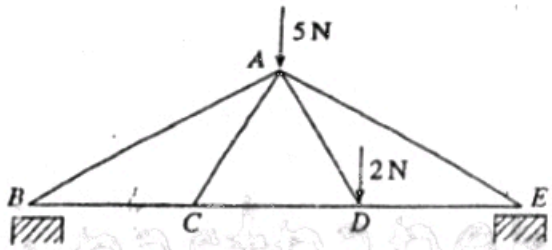
< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

34520

6. (a) එක එකක බර W වූ සමාන ඒකාකාර දඬු පහක්, $ABCDE$ සවිටි පංචාස්‍රයක් සෑදෙන පරිදි, ඒවායේ කෙළවර දී නිදහස් ලෙස පන්ටි කර ඇත. CD තිරස් තලයක නිසලව තිබෙන පරිදි පංචාස්‍රය තිරස් තලයක තබා ඇති සවිටි පංචාස්‍රාකාර හැඩය පවත්වාගනු ලබන්නේ BC සහ DE දඬු වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන සැහැල්ලු දණ්ඩ මඟිනි. AB සහ BC දඬු මත ක්‍රියාකරන බල දක්වන්න.

තව ද, සැහැල්ලු දණ්ඩේ ආතතිය $\left(\cot\frac{\pi}{5}+3\cot\frac{2\pi}{5}\right)W$ බව ඔප්පු කරන්න.

(b) රූපයේ දක්වෙන්නේ AB සහ AE හැර අනෙක් සියලු ම දඬු දිගින් සමාන වන AB, AC, AD, AE, BC, CD සහ DE සැහැල්ලු දඬු භාතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි B සහ E හි ඇති ආධාරක දෙකක් සමඟ රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතී. A සහ D සන්ධිවල පිළිවෙළින් නිව්ටන් 5 ක සහ නිව්ටන් 2 ක භාර දෙකක් ඇත. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ AB සහ AE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර එක් එක් ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද නැතහොත් තෙරපුමක් ද යන බව දක්වන්න.



7. ABC ඒකාකාර ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, ත්‍රිකෝණයේ මධ්‍යස්ථයන් හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටන බව පෙන්වන්න.

A, B හා C හි පිහිටි සමාන ස්කන්ධ සහිත අංශු තුනක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමඟ G සම්පාත වන බව ද පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණාකාර, ඒකාකාර ආස්තරයක C කෝණය මහා කෝණයක් වේ. එම ආස්තරය, එහි AC පාදය තිරස් මේසයක ගැටෙමින් සිරස් තලයක පවතී. ආස්තරය නොපෙරළෙන පරිදි B ශීර්ෂයෙන් එල්ලිය හැකි විශාලතම බර

$\frac{1}{3}W\frac{a^2+3b^2-c^2}{c^2-a^2-b^2}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි W යනු ආස්තරයේ බර වන අතර a, b, c සුපුරුදු අර්ථ ගනී.

8. (a) A සහ B යනු සසම්භාවී සිද්ධීන් දෙකක් නම් A සහ B හි ස්වායත්තතාව අර්ථ දක්වන්න. A, B හා $A\cap B$ සිද්ධීන්වල සම්භාවිතා ඇසුරෙන්, සම්මත අංකනයට අනුව, $P(A\cup B)$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් දෙන්න.

X සසම්භාවී විචල්‍යය සමාන සම්භාවිතාව සහිතව 0 හා 1 අගයයන් පමණක් ගනී. Y යනු සමාන සම්භාවිතාව සහිත ව 0 හා 1 අගයයන් පමණක් ගන්නා තවත් සසම්භාවී විචල්‍යයකි.

A සහ B යන සසම්භාවී සිද්ධීන් දෙක පහත සඳහන් පරිදි අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු.

$A : X = 0$ හා $\overline{A} : X = 1$

සහ $B : Y = 0$ හා $\overline{B} : Y = 1$.

$U = X + Y$ යැයි ගනිමු. U විසින් 0, 1, 2 අගයයන් ගන්නා බව පෙන්වා, $U = 0, 1, 2$ සිද්ධීන් $A, \overline{A}, B, \overline{B}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

A හා B ස්වායත්ත ලෙස ගනිමින්,

(i) $P(U = r)$; $r = 0, 1, 2$ සොයන්න.

(ii) $V = XY$ නම්, V හි අනුරූප සම්භාවිතා සොයන්න.

(b) X නමැති යම් රෝගයක් සඳහා A සහ B රෝග ලක්ෂණවලින් එකක් පමණක් පවතී.

සම්මත අංකනයට අනුව, $P(X|A) = 0{\cdot}2$ හා $P(X|B) = 0{\cdot}8$ බව දනී.

එක්තරා සංගහනයක 40% ක් සඳහා A රෝග ලක්ෂණය ද ඉතිරි 60% සඳහා B රෝග ලක්ෂණය ද පවතී. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් පුද්ගලයෙකුට X රෝගය හිඳීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

තව ද, රෝගියෙකු X රෝගයෙන් පෙළෙන බව දී ඇත්තම් ඔහු B රෝග ලක්ෂණය පෙන්නුම් කිරීමේ සම්භාවිතාව $\frac{6}{7}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

X රෝගය හිඳීමෙන් B රෝග ලක්ෂණය පෙන්වීමේ සම්භාවිතාව අඩු වී ඇත් ද? නැතහොත් වැඩි වී ඇත් ද? හේතු දක්වන්න.

/ පස්වෙනි පිටුව බලන්න.

www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 4

9. අමු දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය අර්ථ දක්වන්න.

$x_1, x_2, \ldots, x_N$; $N \geq 2$ නම් වූ අමු දත්ත කුලකයක

$$S^2 = \frac{1}{N}\left\{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2\right\}$$

විචලනාවය සලකන්න. x_i නමැති i වෙනි නිරීක්ෂණයෙහි $\bar{x}$ වලින් පවතින අපගමනය වන d_i, $d_i = x_i - \bar{x}$, $i = 1, 2, \ldots, N$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇත.

$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d_i^2 = S^2$ බව පෙන්වන්න.

එක්තරා බැංකුවක සේවය කරන කාන්තාවන් පස්දෙනෙකුගේ වයස අවුරුදුවලින් x_1, x_2, x_3, x_4 හා x_5 වේ. බාල ම කාන්තාව හැරුණු කොට අන් එක් එක් කාන්තාව තමාගේ වයස හෙළි කිරීමට මැළි වේ. එහෙත්, මෙම කාන්තාවන් පස්දෙනාගේ ම වයස්වල මධ්‍යන්‍යය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙළින් අවුරුදු 35 හා 36 බව අවුරුදු 31 ක් වයසැති බාල ම කැනැත්තිය විසින් හෙළිදරව් කරයි. මාතය, මධ්‍යස්ථයට සමාන නොවේ නම් ඉහත දී ඇති අවශ්‍යතා සපුරාලන වයස් හි අගය කුලක දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

වයස්වල විචලනාවය වන S^2, 5·2 බව තවදුරටත් හෙළිදරව් කළේ නම්, $d_i = x_i - \bar{x}$, $i = 1, 2, \ldots, 5$ අගයන්ගෙන් S^2 ගණනය කිරීමෙන් ඉහත වයස් කුලක දෙකෙන් නිවැරදි වයස් දෙනු ලබන්නේ කුමන කුලකයෙන් දැයි නිර්ණය කරන්න.

තව ද, වයස්වල කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කරන්න.

ඔවුන්ගේ සේවයෙන් විශ්‍රාම යාමේ වයස අවුරුදු 55 වන අතර $y_i = 55 - x_i$; $i = 1, 2, \ldots, 5$ යනු අවුරුදුවලින් ඉතිරි සේවාකාල යැයි ගනිමු.

සම්මත අංකනයට අනුව, $\bar{y} = 55 - \bar{x}$ බව පෙන්වන්න.

$\bar{y}$ වලින් y_i සඳහා පවතින අපගමනය $-d_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 5)$ ට සමාන වන බව ද පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, වයසෙහි විචලනාවයත් ඉතිරි සේවා කාලයේ විචලනාවයත් සමාන බව පෙන්වන්න.

තව ද, ඉතිරි සේවාකාලවල කුටිකතා සංගුණකයෙහි අගය ලියන්න.

* * *

www.pastpaperlk.com