පියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2001 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2001 ஆகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2001

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10
S | I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) α සහ β යනු $x^2 + px + 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල සහ

γ සහ δ යනු $x^2 + \frac{1}{p}x + 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල

යයි ද ගනිමු.

$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta) = (\gamma^2 + p\gamma + 1)(\delta^2 + p\delta + 1)$$

බව පෙන්වා

$$(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta) = \left(p - \frac{1}{p}\right)^2$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) a සහ b යනු ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා නම්, $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ බව පෙන්වන්න.

$$\frac{1}{\log_2 2001} + \frac{1}{\log_3 2001} + \frac{1}{\log_4 2001} + \ldots + \frac{1}{\log_{100} 2001} = \frac{1}{\log_{100!} 2001}$$ බව පෙන්වන්න.

2. (අ) $n = 1, 2, 3, \ldots$ සඳහා

$A_{n+1} = (1-\alpha)(1-A_n) + A_n$ සහ $A_1 = \beta$ යයි ගනිමු; මෙහි α සහ β තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. ගණිත අගුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා

$$A_n = 1 - (1-\beta)\alpha^{n-1}$$

බව සාධනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{n} A_r$ සොයන්න.

(ආ) $1 \le k \le n$ වන සේ වූ k සහ n නිඛිල සඳහා

$$k\,{}^nC_k = n\,{}^{n-1}C_{k-1}$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්, සෑම $x \in \mathbb{R}$ සහ $n \ge 0$ සඳහා

$$\sum_{k=0}^{n} k\,{}^nC_k\,x^k(1-x)^{n-k} = nx$$

බව සාධනය කරන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

3. (අ) සූත්‍රානුකූල ප්‍රේරණයෙන් සෑම ධන නිඛිල n සඳහාම $7^n - 3^n$ යන්න 4 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

(ආ) $y = 2|x+1| - 3$ සහ $y = x + 2|x-1|$ හි ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ඒ නයින්,

$$x + 2|x-1| > 2|x+1| - 3$$

සත්‍යවන පරිදි x හි අගය පූර්ණය ලියන්න.

4. (අ) $\arg(z-a) = \alpha$ යනු, z හි සංචිය විස්තර කරන්න; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ සහ $0 < \alpha < \pi$ වේ.

$\arg(z-1) = \frac{\pi}{4}$ සහ $\arg(z-3) = \frac{2\pi}{3}$ වන z හි අගය ලියන්න.

ලියූ අනුරූප ප්‍රස්තාරයේ, පරාමිතිකයක් z ඇතුළත් කරන්න.

(ආ) $\frac{5-i}{2-3i}$ ය $\lambda(1+i)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි λ තාත්ත්වික නියතයකි.

λ හි අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, $\left(\frac{5-i}{2-3i}\right)^6$ ආකාරයෙන්ම, බව පෙන්වා එහි අගය නිර්ණය කරන්න.

5. (අ) $x = t - \sin t$ සහ $y = 1 - \cos t$ වේ. $t \neq 2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $y\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$

බව සාධනය කරන්න.

(ආ) A, B සහ C නගර තුන පිහිටා ඇත්තේ, A සිට B දක්වා සහ A සිට C දක්වා වූ දුරවල් සමාන වන සේ ද, සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල ද, B සිට C දක්වා දුර 12 km සහ A ඔස්සේ වූ උච්චය 16 km වේ.

අවම තල ප්‍රමාණයක් උපයෝගී කරගනිමින් A, B සහ C නගර තුනට ම තළඵලය සැපයීම සඳහා, A ඔස්සේ වූ උච්චය මත, A සිට සොපමණ දුරකින් ළිඳක් පිහිටිය යුතු ද?

6. (අ) යුක්ති ආකෘතියක් යොදමින්

$$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}}\,dx$$

අනුකලය අගයන්න.

(ආ) නොවෙස් විශයෙන් අනුකලන භූමිය සාවිතයෙන්

$$\int_2^4 x \ln x\,dx = a\ln b + c$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි a, b සහ c යනු නිර්ණය කළ යුතු නියම වේ.

(ඇ) $\int_0^1 \frac{(7x-x^2)}{(2-x)(x^2+1)}\,dx$ සොයන්න.

[3 වන පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. $y = mx + c$ යන රේඛාව සලකමු. සමීකරණ $u_1 \equiv y - m_1 x - c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv y - m_2 x - c_2 = 0$ සරල රේඛා මගින් සමීකරණය කරනු ලබන A සහ B යි දී ඇතැයි සලකන්න.

R යනු $AR = k\,RB$ වන සේ AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයයි.

$u_1 = 0$ සහ $u_2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙන් R හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය

$$u_1 + \frac{k(m - m_1)}{m - m_2}\,u_2 = 0$$

බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයෙහි A, B, C යන සෑම සිරස්වලින් $2x + 2y - 5 = 0$, $4x + y - 2 = 0$, $x + y - 3 = 0$ රේඛා ඇඳ ඇත. AB මත P ලක්ෂ්‍යයක් හා AC මත Q ලක්ෂ්‍යයක් $2\,AR = RB$ සහ $3AQ = 2QC$ වන පරිදි පිහිටා ඇත.

(i) A හි බාහිවාංක කොයියන්න.

(ii) BQ සහ CR ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(iii) R හි BQ ට ඇඳිය හැකි ස්පර්ශකය P හරහා AB ට සමාන්තර වේ නම් $AP : PB$ සොයන්න.

8. (x_0, y_0) බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යා සමීකරණය

$$xx_0 + yy_0 + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0$$

බව පෙන්වන්න.

ඉහත ලද වෘත්තයෙන් හා ඉහත ලද සරල රේඛාවෙන් සමීකරණ, පිළිවෙළින්

$x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ සහ $4x + 3y - 5 = 0$ වේ.

රේඛාව, වෘත්තය නොකපයන බව පෙන්වන්න.

මිනිසෙක් සරල රේඛාවේ, දී ඇති වෘත්තය, P සහ Q ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි දී ඡේදනය කරන අතර, P සහ Q හි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක දී ඇති සරල රේඛාව මත දී හමු වේ. මෙම විචල්‍ය රේඛාව් අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වා එවැනි ලක්ෂ්‍යයේ බාහිවාංක කොයියන්න.

9. (අ) සියලුම x තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවන් සඳහා

$$\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = \frac{3}{4}\sin 8x$$

බව පෙන්වන්න.

$$\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x = a$$

සමීකරණය විසඳිය හැකි a අගයයන් අපෝහනය කරන්න.

(ආ) ත්‍රිකෝණයක විශාලතම කෝණය සූධාතම කෝණයේ තරම මෙන් දෙගුණයක් ද, දිගම පාදය කෙටිතම පාද දිග මෙන් $1\frac{1}{2}$ ගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ සූධාතම කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මධ්‍ය පාදයේ දිග 10 cm බව දී ඇත්නම්, අනෙක් පාද දෙකේ දිගවල් සොයන්න.