සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

25721

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2001 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2001 ஆகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2001

සංයුක්ත ගණිතය II இணைந்த கணிதம் II Combined Mathematics II	10 S II

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) නවතා ඇති පොලිස්-කාරයක් එය පසුකර යන, $72\ \text{km h}^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන වැන් රියක නිරීක්ෂණය කරයි. ඉන් තත්පර 10 කට පසුව වැන් රිය පසුපස හඹා යෑම සඳහා ගමන් අරඹන පොලිස්-කාරය $f\ \text{ms}^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් 200 m දුර ගොස් $90\ \text{km h}^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී; අනතුරුව වැන් රිය පසු කරන තෙක් ම එම ප්‍රවේගය පවත්වාගෙන යයි. වාහන දෙක ම සඳහා, ප්‍රවේගය-කාලය අතර දළ ප්‍රස්තාර එක ම රූප පටහනක අඳින්න.

පොලිස්-කාරයෙහි පළමු 200 m ගමනේ දී f ත්වරණයත්, එයට වැන් රිය පසු කිරීමට, ඒවායේ ප්‍රථම හමුවීමේ පිට, ගතවූ මුළු කාලයත් ගණනය කරන්න.

(ආ) වේගය $u\ \text{km h}^{-1}$ වූ මෝටර්-බෝට්ටුවකට, නියත $v\ (< u)\ \text{km h}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වීස [illegible] නැවක් ඇල්ලීමට අවශ්‍ය ව ඇත. ආරම්භයේ දී, නැව හේ [illegible] ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ, නැව ඇල්ලීම සඳහා මෝටර්-බෝට්ටුව ධාවනය [illegible] සුදුසු දිශාව සොයන්න. නැව ඇල්ලීම සිදුවන්නේ පැය $\dfrac{\sqrt{2}\,d\left[\sqrt{2u^2 - v^2} + v\right]}{2\left(u^2 - v^2\right)}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

2. (අ) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක නිරසට ආනතිය α වූ සුමට මුහුණතක පහළට ලිස්සා යන අතර, කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත.

කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, අංශුව සහ කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ආ) ස්කන්ධය 1000 kg වූ කාරයක්, සරල රේඛීය තිරස් පාරක, 400 N ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහි ව චලනය වීමේ දී, උපරිම වේගය $144\ \text{km h}^{-1}$ වෙයි. එහි එන්ජිමේ ජවය 16 kW බව පෙන්වන්න.

කාරය, එම පාරේ ම, 200 N අතිරේක ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහි ව, ස්කන්ධය 600 kg වූ ට්‍රේලරයක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම එම ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරයි නම්, වේගය $24\ \text{km h}^{-1}$ වන විට ඇදුම්-කඹයේ ආතතිය නිවටන් වලින් සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

[2 වැනි පිටුව බලන්න

3. (අ) O ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක, පිළිවෙළින් Ox, Oy තිරස් සහ උඩුසිරස් අක්ෂ දිගාවලට, ආරම්භක ප්‍රවේගයේ සංරචක u, v වේ. අංශුව x තිරස් දුරක් චලනය වූ විට, එය ලබා ගන්නා සිරස් උස, $y = \left(\frac{v}{u}\right)x - \left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි $\frac{a}{2}$ උස සිරස් බිත්තියක් උඩින් යම්හැම් යන අතර, O හරහා තිරස් තලය මත එහි පරාසය $4a$ වෙයි. u, v නිර්ණය කර ප්‍රක්ෂේප දිගාව තිරස සමග $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

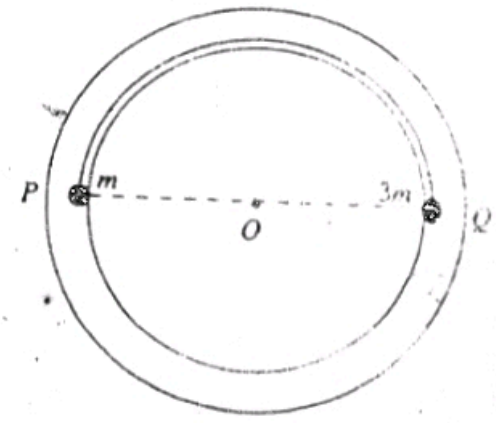
(ආ) සමාන අරයන් සහිත A, B සුමට ගෝල දෙකක්, සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි, සුමට තිරස් මේසයක් මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිගාවලට වලනය වෙයි. ඒවායේ ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$, $3m$ වන අතර වේග $7u$, $3u$ වෙයි. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. ගැටුමේ ආවේගය $12mu(1+e)$ විශාලත්වයෙන් යුක්ත බව පෙන්වන්න.

ගැටුම නියා, වඩා කුඩා A ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි නම් e හි අගය නිර්ණය කර, එවිට පද්ධතියේ මුළු වාලක ශක්තියෙන් $\frac{1}{15}$ ක් ඉතිරි වන බව පෙන්වන්න.

4. (අ) 1 වන රූපයෙන් දක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O යහ අරය a වූ වෘත්තයක ආකාරයට නවන ලද පටු සුමට තලයකි; එය සිරස් තලයක පවතී. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, $3m$ වූ P, Q අංශු දෙකක්, දිග πa වූ සැහැල්ලු අවිතනය නොබුරුල් තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ තලය තුළ ඛහා ඇත. ආරම්භයේ දී, තලයේ තිරස් විෂ්කම්භයේ ප්‍රතිවිරුද්ධ කෙළවරවල අංශු ද, තලයේ උඩත්-භාගයෙහි තන්තුව ද තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. මුදා හල මොහොතේ සිට t කාලයක දී θ කෝණයකින් OP හැරී ඇත්නම්, ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$$a\dot{\theta}^2 = g\sin\theta \quad \left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$$

බව පෙන්වන්න.



1 රූපය

මෙම මොහොතේ දී, තලයෙන් P අංශුව මත යෙදෙන බලය සොයන්න.

(ආ) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්වාභාවික දිග l වූ යාන්ත්‍රික ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරකට සම්බන්ධ කරන ලදුව, සමතුලිතතාවේ එල්ලෙයි; තන්තුවේ අනික් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O සිට පහළින් $2l$ විස්ථාපනයකින් C ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත්නම්, තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න.

අංශුව දන් C සිට, $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයෙන්, සිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේ දී, එහි O සිට පහළට විස්ථාපනය x වෙයි. $\ddot{x} + \frac{g}{l}(x - 2l) = 0$ බව පෙන්වා, අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ කාලාවර්තය හඳුන්වා දෙන්න.

x හි උපරිම සහ අවම අගයන් ලබාගන්න.

5. නිවටන P, $7P$, $8P$, $7P$, $3P$ බල පාදයක් මිටර a වන $ABCDEF$ සවිධි ෂඩස්‍රයක, පිළිවෙළින් AB, CB, CD, ED, FA දිගේ, අකුරු පටිපාටියෙන් දක්වෙන දිගාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AE}$ හි දිගාවලට ඒකක දෙදිශක පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$ සහ $\mathbf{j}$ ලෙස ගනිමින්, එක් එක් බලය $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ සහ P ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

දෙන ලද පද්ධතිය, $\overrightarrow{BC}$ ට සමාන්තර වූ, $\mathbf{R} = 2P\left(\mathbf{i} + \sqrt{3}\,\mathbf{j}\right)$ නම් සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{R}$ හි විශාලත්වය කුමක් ද?

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව DE සහ AF (දෙකම දික් කරන ලද) රේඛාවල පොදු ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

පද්ධතිය, A ශීර්ෂය හරහා ක්‍රියා කරන $\mathbf{R}$ බලයක් සමග යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම්, මෙම යුග්මයේ සූර්ණය විශාලත්වයෙන් සහ අභිදිශාවෙන් සොයන්න.

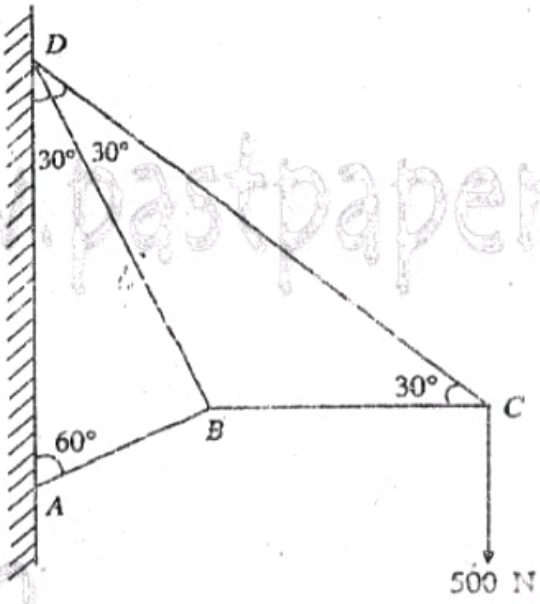
< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

6. (අ) සුමට නාදුන්නක්, සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර ඇත. දිග $6a$ යහ බර W ; ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළවර බිත්තිය සමග ප්‍රපර්ශව, නාදුන්න මත නිශ්චලතාවේ යම්තුලිතව තිබේ AB දණ්ඩ සිරස සමඟ යාදන කෝණය θ ලෙස ගෙන, දණ්ඩ මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් බ ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.

P හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, W සහ θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$3\cos^3\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) AB, BC, CD, BD සැහැල්ලු දඬු භතරකින් සම්බන්ධිත රාමු සැකිල්ලක් 2 වන රූපයේ දක්වෙයි. එය A සහ D හි දී සිරස් බිත්තියකට නිදහස් ලෙස අසව් කර ඇත. C සන්ධියෙන් 500 N භාරයක් එල්ලා ඇති අතර BC තිරස් ය. බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින්, සොයන්න.



2 වන රූපය

7. උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත, ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එවැනි කේතුවක අඩ-සිරස් කෝණය $15°$ වන අතර, එහි ආධාරකය රළු තිරස් ගෙබිමක ඇතිව තිශ්චලව තිබේ. එහි ශීර්ෂයට සම්බන්ධිත සැහැල්ලු අවිතතය තන්තුවකින් කේතුව ඇළ කරනු ලැබේ. කේතුවේ අක්ෂය අඩංගු සිරස් තලයක තිරස සමඟ $45°$ කෝණයක් සාදමින් තන්තුව පහළට ඇදී තිබෙයි. කේතුවේ දරය ගෙබිම මත යම්තම් ලිස්සා යන්නේ ගෙබිම සහ දරයේ ප්‍රපර්ශ ලක්ෂ්‍යයට සිරස් ව ඉහළින් ශීර්ෂය පිහිටන විට දී ය. තන්තුවේ T ආතතිය, අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සහ ඝර්ෂණ බලය සොයීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින් (i) $T = \dfrac{3\sqrt{2}\,W}{16}$ බව ද

(ii) ඝර්ෂණ සංගුණකයේ අගය $\frac{3}{19}$ බව ද

පෙන්වන්න.

8. (අ) A සහ B යසම්භාවී සිද්ධි දෙකක් සම්බන්ධයෙන් $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ සහ $P(A|B)$ සම්භාවිතා අර්ථ දක්වන්න.

A, B යසම්භාවී සිද්ධි දෙකෙහි සම්භාවිතා $P(A) = 0{\cdot}6$ සහ $P(B) = 0{\cdot}2$ වන අතර $P(A|B) = 0{\cdot}1$ වෙයි

A යහ B සිද්ධි යඳහා පහත දක්වෙන සම්භාවිතා ගණනය කරන්න.

(i) සිද්ධි දෙකම සිදුවීම,

(ii) හරියටම එක් සිද්ධියක් පමණක් සිදුවීම සහ

(iii) සිද්ධි එකක්වත් සිදු නොවීම.

(ආ) කාසි තුනකින් එකක්, එක වරක් උඩ දමූ විට ශීර්ෂය ලැබීමේ සම්භාවිතාව p වන පරිදි නැඹුරු ය; අනික් දෙක නොනැඹුරුය. කාසි තුනෙන් එකක් යසම්භාවී ලෙය තෝරාගෙන එය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල පෙන්වීමට රුක්-සටහනක් අඳින්න. වාර දෙකේ දී ම ශීර්ෂ ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{17}{54}$ වෙයි නම්, p හි අගය සොයන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 3

p හි මෙම අගය යඳහා, වාර දෙකේ දී ම, ඇත්ත වශයෙන් ම ශීර්ෂ ලැබුණු බව දී ඇත්නම්, අතාරාගත්තා ලද කාසිය නැඹුරු එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. සම්මිශ්‍ර සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, $\bar{x}$ අර්ථ දක්වන්න.

a උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය සහ c ධන නියතයක් වූ $y = \frac{x-a}{c}$ ක්‍රමනය අනුයාරයෙන් $\bar{x} = a + c\bar{y}$ බව පෙන්වන්න

විචලනතාව සඳහා $\sigma^2 = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$ අර්ථ දක්වීමෙන් පටන්ගෙන, ඉහත ක්‍රමනය මෙ යෙදීමෙන්,

සම්මත අපගමනය සඳහා

$$\sigma = c\sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \bar{y}^2}$$

සූත්‍රය ලබා ගන්න.

පහත දක්වෙන වයස්-පන්ති ව්‍යාප්තියෙන් ශ්‍රී ලංකාවේ 2003 වර්ෂය සඳහා නිමිත මුළු ජනගහනය, මිලියන වලි දක්වෙයි;

වයස් පන්තිය (අවුරුදු)	සංඛ්‍යාතය (ජන සංඛ්‍යාව මිලියනවලින්)
0 සහ වැඩි, 10 ට අඩු	4·2
10 සහ වැඩි, 20 ට අඩු	3·9
20 සහ වැඩි, 30 ට අඩු	3·4
30 සහ වැඩි, 40 ට අඩු	3·2
40 සහ වැඩි, 50 ට අඩු	2·8
50 සහ වැඩි, 60 ට අඩු	2·8
60 සහ වැඩි, 70 ට අඩු	2·5
70 සහ වැඩි, 80 ට අඩු	1·6
80 සහ වැඩි, 90 ට අඩු	0·6
මුළු ජනගහනය	25·0

[**සටහන** : එක් එක් පන්තියේ පළල අවුරුදු 10 කි. අවුරුදු 90 ට වැඩි වයස් වූ ජන සංඛ්‍යාව නොසලකා හැරිය හැකිය].

a = අවුරුදු 45 සහ එක් එක් පන්තියේ පළල වූ අවුරුදු 10 = c වශයෙන් ගෙන, ඉහත ක්‍රමනයම යෙදීමෙන්, එක් එ පන්තිය සඳහා y, fy සහ fy^2 ගණනය කරන්න. ඒ නයින්, ජනගහනයේ මධ්‍යන්‍ය වයස සහ සම්මත අපගමන අවුරුදුවලින්, එක එකක් නිවැරදි ව එක් දශමස්ථානයකට, නිමානය කරන්න.