සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

011805

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
Applied Mathematics I

06
S I

පැ තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. අංශුවක්, A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවයේ සිට පටන්ගත්ත, සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වෙයි; එහි ත්වරණය, ආරම්භයේ $2\ \text{m s}^{-2}$ අගයේ සිට තත්පර 20 ක දී ශූන්‍යය කරා ඒකාකාරී ව අඩු වෙයි. ඊළඟට එය තවත් තත්පර 20 ක් නියත ප්‍රවේගයක් සහිත ව ද, අනතුරුව $4\ \text{m s}^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයක් සහිත ව ද ගමන් කර B ලක්ෂ්‍යයක දී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ත්වරණ-කාල ප්‍රස්තාරයක දළ සටහනක් අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්

(i) උපරිම ප්‍රවේගයක්

(ii) මන්දනයෙන් චලනය වන කාල ප්‍රාන්තරයක්

සොයන්න.

ආරම්භයේ සිට පළමු තත්පර 20 තුළ දී, t කාලයේ දී අංශුවේ වේගය $v = 2t - \dfrac{t^2}{20}$, $t < 20$, බව පෙන්වන්න.

මුළු ගමන සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ඒ නයින්, අංශුව ගමන් කළ මුළු දුර සොයන්න.

2. (අ) Oxy-තලයේ P අංශුවක් චලනය වන්නේ, t කාලයේ දී එහි ප්‍රවේගය,

$$\mathbf{v} = -\mathbf{i}a\omega \sin \omega t + \mathbf{j}a\omega \cos \omega t$$

වන පරිදි ය. මෙහි a, ω නියත වන අතර $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ මඟින් Ox, Oy සාපේක්ෂව සාධාරණ කාටීසිය අක්ෂ දිගේ පිළිවෙළින් ගත් ඒකක දෛශික දක්වයි.

$t = 0$ වන විට අංශුව පිහිටුම් දෛශිකය $2a\mathbf{i}$ සහිත ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත. t කාලයේ දී P හි පිහිටුම් දෛශිකය, $\mathbf{r}$ සොයා $\mathbf{r} - a\mathbf{i}$ නියත විශාලත්වයකින් යුතු බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, P හි පථය හඳුනාගෙන දෙන්න.

P අංශුව O වෙත පළමුවෙන් ළඟාවන කාලය සොයන්න.

(ආ) A සහ B අංශු දෙකක්, පිළිවෙළින් $u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ සහ $-4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ නියත ප්‍රවේග සහිත ව Oxy-තලයේ චලනය වෙයි. A ට සාපේක්ෂ ව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න. කාලය $t = 0$ වන විට A අංශුව O මූලයේ ද, B අංශුව $10\mathbf{i}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ ද ඇත; පසුව අංශු එකිනෙක ගැටෙයි.

(i) v හි අගයක්, A හි අඩුතම වේගයක් සොයන්න.

(ii) $t = 2$ වන විට ගැටීම සිදුවෙයි නම් u හි අගය සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. තිරසට α කෝණයකින් ආනත තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ ආරම්භක u ප්‍රවේගය, තලය සමඟ $\theta\left(<\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ කෝණයක් සාදමින්, උපරිම බැවුම් රේඛාව අඩංගු සිරස් තලයේ පිහිටන පරිදි වේ. τ කාලයකට පසුව අංශුව ආනත තලය සමඟ M ලක්ෂ්‍යයක දී ගැටෙයි නම්, එවිට එහි පිහිටුම් දෛශිකය

$$\mathbf{r}=\mathbf{u}\tau+\frac{1}{2}\mathbf{g}\tau^2$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න, මෙහි $\mathbf{g}$ යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි.

මෙම දෛශික සමීකරණය නිරූපණය කරමින් OLM ත්‍රිකෝණය අඳින්න.

මෙම රූපසටහන ආවිතයෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින්, $\tau=\frac{2u\sin\theta}{g\cos\alpha}$ බව පෙන්වා, $|\mathbf{r}|$ සොයන්න.

ආනත තලය මත ඉහළට උපරිම පරාසය වූ R ගෙන දෙන θ හි අගය, $\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}$ බව අපෝහනය කර R හි අගය සොයන්න.

නව දුරටත්, R ගෙන දෙන P හි මෙම පෙත සඳහා

(i) පියාසර කාලය, $T=\dfrac{\sqrt{2}\,u}{g\left(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}$ බවත්,

(ii) $R=\dfrac{gT^2}{2}$ බවත්,

පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය M වූ R අංශුවක්, සුමට තිරස් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. එය, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින්, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $m, m'(m'>m)$ වූ P, Q අංශු දෙකකට ඇඳ ඇත. මේසයේ දර දෙකක පවිකළ L, N කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් තන්තු යමින්, P, Q අංශු සිරස් ව එල්ලෙන අතර, LRN රේඛාව මේසයේ සම්මුඛ පැති දෙකකට සමාන්තර වෙයි. තන්තු නොබුරුල් ව තිබිය දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව x දුරක් වලනය වීමෙන් අනතුරුව අප්‍රත්‍යාස්ථ ගෙඹිමක් සමඟ ගැටේ. P අංශුව ඉහළ නගින අතිරේක y දුර,

$$y=\frac{(M+m)\,(m'-m)\,x}{m(M+m+m')}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P වැටීම නිසා, Q නැවත ගැස්සී වලනය වීමට පටන්ගන්නේ පසු එය ඉහළ නගින දුර

$$\left(\frac{M+m}{M+m+m'}\right)^2 x$$

බව නව දුරටත් පෙන්වන්න.

[P, Q, R අංශු කිසිවක් කප්පි සමඟ නොගැටෙන බව උපකල්පනය කෙරේ.]

5. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ OP දුන්නක O එක කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. P අනික් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ කුඩා තැටියක් සම්බන්ධ කර ඇත; දුන්න සිරස් ව පහ O ට පහළින් P ඇති සමතුලිත පිහිටීමේ දී දුන්නේ විතතිය a වෙයි. $t = 0$ කාලයේ දී, ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවක් සිරුවෙන් තැටිය මත තබනු ලැබේ. t කාලයේ දී දුන්නේ විතතිය x වෙයි නම්,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{3a}(x - 3a) = 0$$

බව පෙන්වන්න.

$x = 3a + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ලෙස ලිවීමෙන් A සහ B නියත වල අගයන් සොයන්න; මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{3a}$ වෙයි.

දුන්නේ උපරිම විතතිය $5a$ බව පෙන්වා, මෙය ඇති වන විට t හි අගය සොයන්න.

තැටියෙන්, අංශුව මත ඇති කෙරෙන බලය සොයා, අංශුව තැටිය සමඟ ස්පර්ශව ම පවතින බව සත්‍යාපනය කරන්න.

6. එක එකක බර W සහ දිග $2a$ වූ AB, BC සමාන ඒකාකාර ඉනිම‍ෙ දෙකක් B හි දී සුමට ලෙස අසවු කර, A සහ C දෙකෙළවර රළු සිරස් ගෙඕමක් මත නිශ්චල ව ඇත. A සහ C දෙකෙළවරේ දී ම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි.

බර w වූ මිනිසෙක් AB මත A සිට x දුරකින් සිටින අතර $A\hat{B}C$, 2θ වෙයි. පිළිවෙළින් A සහ C හි දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා වූ R_A සහ R_C සොයා $R_C < R_A$ බව පෙන්වන්න.

x ත්‍රමයෙන් වැඩි කළේ නම්, ඉනිමඟ පළමුවෙන් ලිස්සා යන්නේ C හි දී බව අපෝහනය කරන්න.

සමතුලිතතාව සීමාකාරී වන විට

$$x = \frac{2aW\,(2\mu - \tan\theta)}{w\,(\tan\theta - \mu)}$$

බවත් පෙන්වන්න.

මෙහි $\mu < \tan\theta < 2\mu$ බව දී ඇත.

7. (අ) Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ වෙයි. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන $\mathbf{P}$ සහ $\mathbf{Q}$ බල දෙකක් පිළිවෙළින් $4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ සහ $-3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ දෛශික වලට සමාන්තර වෙයි. බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය, විශාලත්වය $7\,\mathrm{N}$ වූ $\mathbf{i}$ දෛශිකයේ දිශාවට ක්‍රියාකරන බලයකි. $\mathbf{P}$ සහ $\mathbf{Q}$ හි විශාලත්ව ගණනය කරන්න.

(ආ) අරය a සහ බර W වූ ඒකාකාර ගෝලයක්, තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත්තේ ගෝල පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයකට එක් කෙළවරක් ද, තලයේ ලක්ෂ්‍යයකට අනික් කෙළවර ද ඇදූ, දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. තලය සමඟ තන්තුව සාදන θ කෝණය සොයන්න.

ගෝලය මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා බල ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න.

මෙම බල ත්‍රිකෝණය හාවිතයෙන් හෝ අන්ත්‍රමයකින්,

(i) තන්තුවේ ආතතිය $\frac{W(l+a)\sin\alpha}{\sqrt{l^2 + 2al}}$ බව සහ

(ii) තලයෙන් ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W\cos(\alpha - \theta)}{\cos\theta}$ බව

පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

8. උස h වූ **ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක** ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත, ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව, අනුකලනයෙන් පෙන්වන්න.

දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතනය තන්තුවක එක කෙළවරක් මෙම කේතුවෙහි ශීර්ෂයට ද, අනිත් කෙළවර තල ආධාරකයෙහි පරිධියේ ලක්ෂයකට ද ඇඳ, ඇත. ඊළඟට තන්තුව අවල සුමට නාදන්තක් උඩින් යවා ඇත. කේතුව එහි අක්ෂය සිරස් ව පහ තන්තුව නොබුරුල් ව නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි නම්

(i) තන්තුවේ එක් එක් කොටස සිරස සමඟ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{h}{l}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න;

(ii) තන්තුවේ ආතතිය, l, h සහ කේතුවේ බර වූ W ඇසුරෙන් සොයන්න;

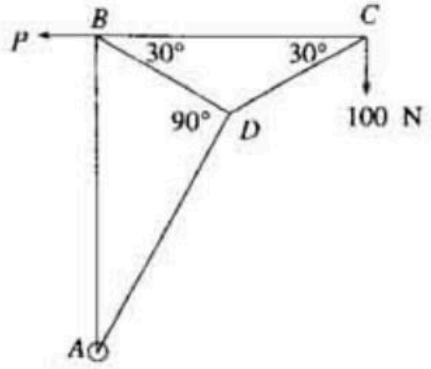
(iii) කේතුවේ අඩ-සිරස් කෝණය α නම්, $\cot\alpha = 2\tan\theta$ බව පෙන්වන්න.

9. සැහැල්ලු දඬු පහක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙන්, රූපයේ දක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක පරමාදර්ශී තන්තුවේ තබා ඇත්තේ A සන්ධිය අවල ලක්ෂ්‍යයකට නිදහස් ලෙස අසවු කිරීමෙනි. AB සිරස් ද, BC සිරස් ද වන අතර, $\hat{ADB} = 90^\circ$ සහ $\hat{DBC} = \hat{DCB} = 30^\circ$ වෙයි. C හි දී $100\,\text{N}$ භාරයක් එල්ලෙන අතර, සිරස් P බලයක් B හි දී $\overrightarrow{CB}$ දිශාවට ක්‍රියා කරයි.

P සොයා, A අසවුවේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි සිරස් සහ සිරස් සංරචක ලබා ගන්න.

රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක්, බෝ අංකනය භාවිතයෙන් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬු සියල්ලේ ම ප්‍රත්‍යාබල, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.



10. (අ) A සහ B ස්වායත්ත සසම්භාවී සිදුවීම් දෙකක සම්භාවිතා පිළිවෙළින් a සහ b වෙයි.

$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ සහ $a > b$ බව දී ඇත්නම්, a සහ b හි අගයයන් සොයන්න.

(ආ) පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ සුදු බෝල 5 ක් සහ කළු බෝල 2 ක් අඩංගු වෙයි. මෙම පෙට්ටියෙන් වරකට එක බෝලයක් බැගින් සසම්භාවී ලෙස ඉවතට ගැනීමේ ක්‍රීඩාවක **A, B, C** ක්‍රීඩකයින් තිදෙනෙක්, වරකට එක් කෙනෙකු බැගින්, සහභාගී වෙති. නරඹය **A** විසින් ආරම්භ කෙරෙන අතර, කළු බෝලයක් ඉවතට ගන්නා පළමු ක්‍රීඩකයා දිනයි. එක ක්‍රීඩකයෙක් දිනන තුරු, නම් සඳහන් පිළිවෙළට, ක්‍රීඩාව කරගෙන යනු ලැබේ. පහත දක්වෙන **එක් එක්** නීතියට අනුව, **A, B, C** ක්‍රීඩාවෙන් දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) ඉවතට ගැනෙන එක් එක් බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව,

(ii) ඉවතට ගැනෙන එක් එක් බෝලය ප්‍රතිස්ථාපනය සහිත ව.

ඉහත නීතිය (i) සිට (ii) ට වෙනස් කිරීමෙන් කාට වාසියක් සැලසෙයි ද?

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

ව්‍යවහාරික ගණිතය II
பிரயோக கணிதம் II
Applied Mathematics II

06
S II

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
සංඛ්‍යාත වගු සපයනු ලැබේ.

---

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, ස්වාභාවික දිග a සහ මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින්, සුමට තිරස් මේසයක් මත ඇති අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව යම්තම් නොබුරුල්ව, අංශුව මේසය මත තබා, තන්තුවට ලම්බ දිශාවකට $2\sqrt{\frac{ga}{3}}$ ප්‍රවේගයකින්, මේසය දිගේ අංශුව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

t කාලයේ දී OP තන්තුවේ දිග r ද, OP හැරී ඇති කෝණය θ ද වෙයි. චලිතයේ සමීකරණ ලියා, ඒ නයින්

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{4ga^3}{3r^3} - \frac{g}{a}(r-a)$$

බව අපෝහනය කරන්න.

$\frac{g(r-a)(2a-r)}{3ar^2} f(r)$ ආකාරයෙන් $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$ ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න ; මෙහි $f(r)$ යනු r හි වර්ගජ ශ්‍රිතයකි. $f(r)$ නිර්ණය කර $a \le r \le 2a$ බව පෙන්වන්න.

r මගින් එහි විශාලතම අගය ගන්නා විට, ප්‍රවේග සහ ත්වරණ දෙශික එකිනෙකට ලම්බ වන බව අපෝහනය කර, එවායේ විශාලත්ව සොයන්න.

2. ස්කන්ධය m වූ කුඩා P පබලුවක්, සිරස් තලයක සවිකර ඇති අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක අමුණා ඇත. පබලුව, ආරම්භයේ දී කම්බියේ පහත් ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා කම්බිය දිගේ u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේ දී OP හැරී ඇති කෝණය θ මගින් දක්වමින්,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \left(\frac{u}{a}\right)^2 - \frac{2g}{a}(1-\cos\theta)$$

බව පෙන්වන්න.

කම්බියේ ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යය කරා පබලුව යම්තම් ළඟාවන පරිදි u හි අගය සොයන්න.

u හි මෙම අගය සඳහා,

(i) $\frac{d\theta}{dt} = 2\sqrt{\frac{g}{a}}\cos\frac{\theta}{2}$ බව,

(ii) පබලුව සහ කම්බිය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $mg(2+3\cos\theta)$ බව සහ

(iii) ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව මාරු වන ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වීමට පබලුව ගන්නා කාලය

$$\sqrt{\frac{a}{g}}\ln\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)$$ බව

පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. කුඩා සුමට A ගෝලයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත u වේගයෙන් චලනය වෙමින්, මේසය මත නිශ්චලතාවයේ ඇති සර්වසම B ගෝලයක් සමඟ ඝට්ටනය වෙයි. ගැටුමට පෙර A හි චලිත දිශාව, ගැටුම් මොහොතේ කේන්ද්‍ර රේඛාව සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. ගැටුමට පසු ගෝල වල ප්‍රවේගයන්හි, ගැටුම් මොහොතේ කේන්ද්‍ර රේඛාව දිගේ සහ එම රේඛාවට ලම්බ සංරචක සොයන්න.

ගැටුම නිසා

(i) A හි චලිත දිශාව අපගමනය වන δ කෝණය $\tan\delta = \dfrac{(1+e)\,t}{2t^2+1-e}$

මගින් දෙනු ලබන බව ද ;

(ii) වාලක ශක්තියෙහි හානිවන භාගය $\dfrac{1-e^2}{2\left(1+t^2\right)}$ බව ද

පෙන්වන්න; මෙහි එක් එක් අවස්ථාවේ දී $t = \tan\theta$ වෙයි.

4. ස්කන්ධය m, අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක පරිධියේ P ලක්ෂ්‍යයකට, එම ස්කන්ධය සහිත අංගුවක් දෘඩ ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. P ලක්ෂ්‍යය O ට සිරස් ව ඉහළින් ද, විෂ්කම්භාභිමුඛ Q ලක්ෂ්‍යය රළු තිරස් ගෙඹිමක් ස්පර්ශ කරමින් ද තිබෙන පරිදි වළල්ල අල්ලා තබනු ලැබේ. ඊළඟට, වළල්ල නිශ්චලතාවයේ සිට සෙමින් විස්ථාපනය කරනුයේ ගෙඹිම මත (ලිස්සීමකින් තොරව) පෙරළෙන පරිදිය ; වළල්ලේ චලිතය අවල සිරස් තලයකට සීමිත වෙයි.

OP අරය θ කෝණයකින් හැරී ඇති විට වළල්ලේ පමණක් වාලක ශක්තිය සොයා

(i) අංගුවේ වාලක ශක්තිය, $ma^2\dot{\theta}^2(1+\cos\theta)$ බව ද,

(ii) $a\dot{\theta}^2 = \dfrac{g(1-\cos\theta)}{2+\cos\theta}$ බව ද

පෙන්වන්න.

POQ විෂ්කම්භය පළමු වරට සිරස් වන විට වළල්ලේ කෝණික ත්වරණය සොයා, මෙම මොහොතේ ගෙඹිමෙන් අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

5. ස්කන්ධය m සහ දිග $2a$ වූ ඒකාකාර තුනී දණ්ඩක කේන්ද්‍රය හරහා යන, දණ්ඩට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය උපකල්පනය කරමින්, ස්කන්ධය M සහ පැත්තක දිග $2a$ වූ ඒකාකාර සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක කේන්ද්‍රය හරහා යන, එහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා අවස්ථිති සූර්ණය $\dfrac{2}{3}Ma^2$ බව පෙන්වන්න.

මෙහිදී, ඔබ භාවිත කරන ප්‍රමේයයක් ඇත්නම් එය ප්‍රකාශ කරන්න.

$ABCD$ ඒකාකාර සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිදහසේ භ්‍රමණය වන්නේ නිශ්චලතාවයේ ඇති G කේන්ද්‍රය වටා ω කෝණික ප්‍රවේගයකිනි. A ශීර්ෂය ක්ෂණිකව අවල කරනු ලැබුවේ නම් ආස්තරයේ අලුත් කෝණික ප්‍රවේගය $\dfrac{\omega}{4}$ වන බව පෙන්වන්න.

ආවේගී ක්‍රියාවෙන් පසුව ආස්තරයේ ඉතිරිවන්නේ ආරම්භක වාලක ශක්තියෙන් කිහිපී භාගයක් දයි සොයන්න.

6. (අ) ගණ පාලිකාවක් ළඟ ඇති මුදුවක අමුණන ලද යතුරු 5 කින් එකකින් පමණක් ඉදිරි දෙර විවෘත වෙයි. ඇය ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් නොරව, එක් යතුරකට පසු තවෙකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගනිමින්, එම දෙර විවෘත කිරීමට උත්සාහ කරයි. "සාර්ථක උත්සාහය දක්වා භාවිත කෙරෙන යතුරු ගණන" Y සසම්භාවී විචලනය ලෙස ගනිමු. Y හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සෙවීමට රුක් සටහනක් භාවිත කර, අපේක්ෂාව ගණනය කරන්න.

(ආ) විදුලි භාණ්ඩ අලෙවිහලක එක්තරා වර්ගයක විදුලි කම්බියක් සඳහා මාසික ඉල්ලුම X (මීටර සිය ගණෙන්), සන්තතික සසම්භාවී විචලනයක් වෙයි. එහි $f(x)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය දෙනු ලබන්නේ

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x)^3, & 0 \leq x \leq 1 \quad \text{සඳහා ;} \\ 0, & \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$$

මගින් ය.

$k = 4$ බව පෙන්වා, $P(X > x)$ සහ X හි සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයන්න.

(i) ඉල්ලුම, මීටර 10 ට වඩා වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව

සහ

(ii) මාසයක සැපයුම් අවසන්වීමේ සම්භාවිතාව 0·0016 වන පරිදි මාසයක මූල දී අලෙවිහලේ තිබිය යුතු එම විදුලි කම්බි තොගයේ මීටර ගණන

සොයන්න.

7. X සසම්භාවී විචලනය, පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරන අතර, එහි සම්භාවිතා ශ්‍රිතය

$$P(X = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

වෙයි.

X හි මධ්‍යනාය μ බව සාධනය කරන්න.

කාර්යාල ගොඩනැගිල්ලක් තුළ ඇති දුරකථන භූවමාරුවකට බාහිර සම්බන්ධතා යම්කිසි සංඛ්‍යාවක් ඇත. X මගින් "මිනැම් මොහොතක පාවිච්චි කෙරෙන බාහිර සම්බන්ධතා ගණන" දක්වමු. එය මධ්‍යනාය 3 වූ පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමු.

X සඳහා **සම්භාව්‍යතම** (most probable) වූ අගයන් දෙකක් ඇති බව පෙන්වා, ඒවා සොයන්න. ඒ එක් එක් අගයට අනුරූප සම්භාවිතාව, ආසන්න වශයෙන් 0·225 බවත් පෙන්වන්න.

මිනැම් මොහොතක, පාවිච්චි කෙරෙන බාහිර සම්බන්ධතා ගණන

(i) එකකට වැඩි නොවීමේ

(ii) හතරකට වැඩි නොවීමේ

සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

දී ඇති මිනැම් මොහොතක, අඩු වශයෙන් බාහිර සම්බන්ධතා එකක් වත් නිදහස් ව තිබීමේ සම්භාවිතාව 0·90 ට වැඩි වන පරිදි භූවමාරුවට තිබිය යුතු අවම බාහිර සම්බන්ධතා ගණන සොයන්න.

[$e^{-3} \fallingdotseq 0{\cdot}05$ ලෙස ගන්න.]

[අනෙක් පිට බලන්න.

8. (අ) පොකුණක මාළු විශාල සංඛ්‍යාවක් ජීවත් වේ. උන්ගේ බර, මධ්‍යනාය 1·25 kg සහ සම්මත අපගමනය 0·40 kg සහිත ව ප්‍රමාන ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇත. අල්ලනු ලබන මාළුන්ගෙන් 0·50 kg ට අඩු බර ඇති උන් ආපසු පොකුණට දමිය යුතු වෙයි.

බිලී බාත්තෙක් මෙම පොකුණෙන් සසම්භාවී ලෙස මාළුවෙක් අල්ලා ගනියි නම්, පහත දක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) මාළුවා ආපසු පොකුණට දමීමට වීම ;

(ii) මාළුවාගේ බර, කලින් වාර්තාව වූ $2\frac{2}{3}$ kg ඉක්මවීම.

(ආ) මැස්සෙකුට එක්තරා කෘමිනාශකයක් ඉසිනු ලැබූ විට උෂ්ණ යාමේ සම්භාවිතාව 0·8 වේ.

(i) මැස්සන් 5 ක් වෙත එම කෘමිනාශකය ඉසිනු ලැබුවහොත් එයින් 4 ක් වත් මිය යාමේ සම්භාවිතාව සෙවීම සඳහා ද්වි-පද ව්‍යාප්තිය යොදන්න.

(ii) මැස්සන් 100 කින් සමන්විත රැළකට එම කෘමිනාශකය ඉසිනු ලැබේ. එයින් අඩුම වශයෙන් 80 ක් වත් මිය යාමේ සම්භාවිතාව, ද්වි-පද ව්‍යාප්තිය සඳහා ප්‍රමාන සන්නි-කර්ෂණය යෙදීමෙන්, නිමානය කරන්න.

9. ඒකක ස්කන්ධයෙන් යුතු P අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ චලනය වන අතර, එහි වේගය w වන විට kw ප්‍රතිරෝධයක්, එහි චලිතයට විරෝධිව මාධ්‍යයෙන් ඇති කරයි ; මෙහි k නියතයකි.

P අංශුව O මූලයේ සිට සිරස් ව ඉහළට, Oy-අක්ෂය දිගේ v_0 වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය උච්චතම උන්නතියට ළඟාවීමට ගන්නා කාලය,

$$t_1 = \frac{1}{k} \ln\left(1 + \frac{kv_0}{g}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

පර්වසම Q අංශුවක් $t = 0$ කාලයේ දී, O සිට Oxy-තලයේ ආරම්භක $u_0\mathbf{i} + v_0\mathbf{j}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ ; මෙහි $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ යනු පිළිවෙළින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටිසීය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ. t කාලයේ දී මෙම Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ නම්, $u = u_0 e^{-kt}$ බව පෙන්වන්න.

Q අංශුවේ පථයෙහි උච්චතම උන්නතියට O සිට සිරස් දුර $\frac{u_0 v_0}{g + kv_0}$ බව, ඒ නයින් පෙන්වන්න.

10. $P\mathbf{i}$, $Q\mathbf{j}$, $R\mathbf{k}$ නිශ්ශූන්‍ය බල, පිළිවෙළින් $a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$, $a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$, $c\mathbf{k}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි ; මෙහි a, b, c ධන නියත වන අතර, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ යනු පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz ධුරාවන් කාටිසීය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ.

බල පද්ධතිය, O හි $\mathbf{F}$ තනි බලයකින් සහ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකිනම් $\mathbf{F}$ සහ $\mathbf{G}$ සොයන්න. $\mathbf{G}$ දෛශිකය Oy-අක්ෂයට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වන්නේ $\frac{a}{P} = \frac{b}{Q} + \frac{c}{R}$ නම් බව පෙන්වන්න.

තව දුරටත් $Q = 2P$, $R = 3P$, $b = \frac{4}{3}a$, $c = a$ බව දී ඇත්නම්,

(i) පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(ii) සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට Oy-අක්ෂය $y_1\mathbf{j}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමුවෙයි නම් $y_1 = -\frac{2a}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවෙහි දෛශික සමීකරණය ලියා දක්වන්න.