සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

013632

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1998 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1998 ஆகஸ்ட் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1998 (New Syllabus)

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
Applied Mathematics I

06
S I

පැ තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

අවශ්‍ය තැන්හි දී ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. අංගුවක් ආරෝහකයක වහලේ වූ දුනු තරාදියක් මගින් සිරස් ලෙස එල්ලෙයි. ආරෝහකයේ උඩුකුරු චලිතය අවස්ථා තුනකින් සිදුවෙයි. මුල් අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය $f\ \text{m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි; එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $\left(1 + \frac{a}{g}\right)\text{kg}$ ය. දෙවැනි අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය තත්පර t_0 පුරා $U\ \text{m s}^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නගියි; එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $1\ \text{kg}$ ය. අවසාන අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය නිශ්චලතාවයට එන තෙක් $f\ \text{m s}^{-2}$ නියත මන්දනයෙන් ඉහළ නගියි; එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $R\ \text{kg}$ ය. මෙහි $R \geq 0$.

   (i) a හා g ඇසුරෙන් f සහ R සොයන්න.

   (ii) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්

$$U = \frac{\sqrt{a^2 t_0^{\,2} + 4ah} - at_0}{2}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු මීටරවලින් ආරෝහකය ඉහළ නැඟි මුළු දුරයි.

t_0 හා h අචල නම්, $U \leq \dfrac{2h}{\left[\left(t_0^{\,2} + \dfrac{4h}{g}\right)^{\frac{1}{2}} + t_0\right]}$ බව අපෝහනය කරන්න.

2. යුද නැවක්, V නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. හරි කෙළින් පිටුපසට එල්ල කළ කෙටි තුවක්කුවක් යුද නැවේ සවි කර ඇත්තේ, රේඩියන් θ ආරෝහණ කෝණයකිනි. තුවක්කුවට සාපේක්ෂ ව ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $V\sqrt{3}$ නම්, R පරාසය,

$$R = \frac{2\sqrt{3}V^2}{g}\left(\sqrt{3}\cos\theta - 1\right)\sin\theta$$

මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

$\theta = \dfrac{\pi}{6}$ විට R **උපරිමයක්** බව පෙන්වා, උපරිම පරාසය සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. $4m$ ස්කන්ධයෙන් ද $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් යුත් තුඳුන්සයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තිබෙයි. පිළිවෙළින් $2m$ හා m ස්කන්ධයෙන් යුත් A හා B සුමට අංශු දෙකක් දෙකෙළවරට ඇදී දිග $2l$ වූ ලඝු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, තුඳුන්සයේ ආනත උඩත් මුහුණතෙන් උඩුඅතට තෙරා ගිය P කුඩා සුමට නාදන්තයක් වටා යයි. අංශු, තුඳුන්සයේ මුහුණත සමඟ ස්පර්ශ ව තිබෙයි. ආරම්භයේ දී අංශු, එකක් අනෙකට ආසන්න ව, නාදන්තයේ සිට l දුරකින් ද තන්තුවේ එක් එක් කොටස තොබිරුල් ව හා ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බැවුම් රේඛාව මත ද, නාදන්ත මේසයේ සිට $h\,(>2l\sin\alpha)$ උසකින් ද තිබෙන සේ පිහිටා ඇත. B අංශුව P නාදන්ත වෙත පැමිණීමට පෙර තුඳුන්සයේ F ත්වරණය,

$$F=\frac{g\sin 2\alpha}{4l-\cos 2\alpha}$$

මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් F හි උපරිම අගය $\frac{g}{4\sqrt{105}}$ බව පෙන්වන්න.

F, උපරිම අගය ගත හොත් නාදන්ත වෙත පිමිණීමට B අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

4. (අ) අචල O ලක්ෂ්‍යයක සිට d දුරකින් තිශ්චල ව තිබූ අංශුවක්, $\frac{\mu}{x^2}$ ත්වරණයකින් O දෙසට චලනය වන්නේ යැයි සිතමු. මෙහි O සිට දුර x ගෙන් නිරූපණය වෙයි. O වෙත පිමිණීමට ගන්නා කාලය $d^{\alpha}\mu^{\beta}$ නම්, M, L හා T යන මූලික මාන යොදා ගෙන α හා β සොයන්න.

(ආ) පැහැල්ලු තඹයක කෙළවරකින් 200 kg ක බරක් නිදහසේ එල්ලෙයි. තඹය එකිමෙන් තිශ්චලතාවේ සිට පිරස් ලෙස ඉහළට බර මයවනු ලැබෙයි. 260 g N කින් ආරම්භ වන ඇදිල්ල, එසැවෙන හැම මීටරයක් සඳහා ම 2 g N ක ඕජුතාවයකින් **ඒකාකාර ලෙස අඩු වෙයි.** බල-අවකාශ වක්‍රයේ දළ රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, මීටර 40 ක් එසැවූ විට බරෙහි වේගය සොයන්න.

5. ස්වභාවික දිග l ද ස්තබ්ධතාව (දැඩියාව) k ද වූ පරිපූර්ණ දුන්නක් සඳහා බල නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් $4l$ දුරක පරතරයෙන් වූ බිත්ති දෙකකට ලම්බව ඝර්ෂණය රහිත තුඳු තිරස් මහක දෝලනය වෙයි. එම අංශුව, ස්වාභාවික දිග l ද ස්තබ්ධතාව k ද වූ පරිපූර්ණ දුන්නක් මගින් එක් බිත්තියක වූ A ලක්ෂ්‍යයකටත් සර්වසම දුන්නකින් අනෙක් බිත්තියේ වූ B ලක්ෂ්‍යයකටත් ඇද තිබෙයි. එම දුනු මගින් අංශුව මාර්ගය ඔස්සේ කල්ලුවකට හා ඇදිල්ලකට ලක් කරෙයි. t වේලාවේ දී $AP=x$ නම්,

(i) $x\le l$ වූ විටත්
(ii) $l\le x\le 3l$ වූ විටත්
(iii) $3l\le x\le 4l$ වූ විටත්

අංශුවේ චලිත සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කර එවාට, එකම ආකාරයක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, චලිතය හැම විට ම කලාවර්ත බවත් කාලාවර්තය $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$ බවත් පෙන්වන්න.

අංශුවට ගත හැකි උපරිම වේගය සොයන්න.

6. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නොවන ඒකතල බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවේ තබයි නම් එම බල තුන ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවන බව පෙන්වන්න.

අරය r වූ සුමට ඒකාකාර අර්ධගෝලීය පාත්‍රයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත තිසලව තිබෙයි. $2l$ දිගින් ද පාත්‍රයේ බරට සමාන බරින් ද යුත් සුමට ඒකාකාර දණ්ඩක් තිශ්චලතාවේ ඇත්තේ එහි කොටසක් පාත්‍රය ඇතුළේ තිබෙන පරිදි ය. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී, තිරසට අර්ධගෝලයේ ආධාරකයේ ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ද පාත්‍රය ඇතුළේ වූ දණ්ඩේ කොටස මගින් කේන්ද්‍රයේ දී ආපාතනය කරෙන කෝණය $2\beta\left(>\frac{\pi}{2}\right)$ ද වෙයි.

(i) $r=l\,\mathrm{cosec}\,\alpha\sin(\alpha+\beta)$ බවත්
(ii) $\cot\alpha=\tan 2\beta-\frac{1}{2}\sec 2\beta$ බවත්

පෙන්වන්න.

7. (අ) ඕනෑ ම ලක්ෂ තුනක් විටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඵූර්ණ එක එකක් ශූන්‍ය වෙයි නම්, පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව අනුගමනය වෙයි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(ආ) ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද O යනු එහි පරිකේන්ද්‍රය යැයි ද සිතමු. $B\hat{O}C = 2\alpha$, $A\hat{O}C = 2\beta$ සහ $A\hat{O}B = 2\gamma$.

(i) $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල, පිළිවෙළින් BC, CA හා AB පාද ඔස්සේ, ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පරිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි නම් බල පද්ධතිය යුගේමයකට උනතය වන බව පෙන්වන්න.

(ii) $\cos\alpha : \cos\beta : \cos\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල, පිළිවෙළින් OA, OB හා OC ඔස්සේ, ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පරිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක් **ම තම පමණක්** බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව සාධනය කරන්න.

8. ඒකාකාර සුමට දණ්ඩක්, පිළිවෙළින් $2b\sec\alpha$, $2b$ හා $2b\sec\alpha$ දිගින් යුක්ත AB, BC හා CD කැබලි තුනකට කපා සිමෙයි. එවා B හි දීත් C හි දීත් සුමට ලෙස සන්ධි කර, අක්ෂය සිරස් ව ද ඕර්ෂය ඉහළින් ම ද සිමෙන අවල පරාවලයික වාපයක් මත සමමිතික ලෙස නිශ්චලතාවේ තබා ඇත්තේ කැබලි තුනම පරාවලයට ස්පර්ශක වන පරිදි ය. පරාවලයේ නාභිය, ඕර්ෂයට පහළින් $b\tan\alpha$ ගැඹුරකින් වෙයි. දණ්ඩේ ඒකක දිගක බර w නම්, CD දණ්ඩ නිසා පරාවලය මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $2wb\tan^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $\sin\alpha\tan^2\alpha - \sec\alpha = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

9. අරය $2r$ වූ තුනර ඒකාකාර අර්ධගෝලයක්, ආධාරකයේ C කේන්ද්‍රයේ සිට $r\sqrt{3}$ දුරක දී, එහි අක්ෂයට ලම්බ තලයක් මගින් කොටස් දෙකකට බෙද සිමෙයි. වෘත්ත දර දෙකක් සහිත $\mathcal{R}$ කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, C හි සිට $\frac{r\sqrt{3}}{2}$ දුරකින් අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

අරය r ද උස h ද වූ ඒකාකාර තුනර වෘත්ත සිලින්ඩරයක එක් කෙළවරක් වසා සිමෙන අතර අනෙක් කෙළවරට, $\mathcal{R}$ කොටසේ r අරය සහිත වෘත්ත දරය මැලියම් යොදා අලවා බඳුනක් සාදා සිමෙයි. අර්ධගෝලය සහ සිලින්ඩරය එකම ඒකාකාර ඝනත්වය ඇති ද්‍රව්‍යයකින් තනා ඇතැයි උපකල්පනය කර, බඳුනේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, සිලින්ඩරයේ සංවෘත ආධාරකයේ සිට $\frac{h^2 + 6r^2 + 4\sqrt{3}\,rh}{2h + r + 4\sqrt{3}\,r}$ දුරකින් අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

10. අවල ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු හතක රාමුසැකිල්ලක්, $ABCDE$ සවිති පංචාස්‍රයකින් සහ එහි AC, AD විකර්ණවලින් සමන්විත වෙයි. රාමුසැකිල්ල, CD පහළ ම දණ්ඩ සිරස් ව පිහිටන සේ සිරස් තලයක තබා, C හි දීත් D හි දීත් පිළිවෙළින් P හා Q විශාලත්ව ඇති උඩුකුරු සිරස් බල දෙකකින් දරා සිටියි. පිළිවෙළින් B, A හා E ලක්ෂවල දී 2 N, 4 N හා 2 N භාර එල්ලා ඇත. මෙම අංකනය භාවිත කර, මෙම රාමුසැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින්, දඬු හතේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර, එවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග දක්වන්න.

පිළිතුරු $\cos 18°$ n ඇසුරෙන් දෙන්න. මෙහි n යනු ධන නිඛිලයකි.

[අනෙක් පිට බලන්න.

11. ''ඝර්ෂණ කෝණය'' හා ''ඝර්ෂණ කේතුව'' යන පද අර්ථ දක්වන්න.

(අ) ඒකාකාර දණ්ඩක්, ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<1)$ වූ රළු, අචල තිරස අර්ධගෝලයක් **ඇතුළත** සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ නිශ්චලව සිටියි. දණ්ඩ, අර්ධගෝලයෙහි කේන්ද්‍රයේ දී සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරයි නම්, තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය $2\tan^{-1}\mu$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) W බරින් යුත් අංශුවක්, ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු ආනත තලයක් මත තබා ඇත. තලයේ බැවුම් රේඛීයන් α නම්, අංශුව තලය පහළට ලිස්සා යාම වළක්වන **අඩු ම බලය** සොයන්න; මෙහි $\alpha > \tan^{-1}\mu$.

12. (අ) A හා B යනු අනෙන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරව, **විය හැකි** සිද්ධි දෙකක් නම්, ඒවා ස්වායත්ත විය හැකි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(ආ) A, B හා C යනු S නියැදි අවකාශයේ වූ සිද්ධි තුනක් යැයි සිතමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්

(i) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$ බවත්

(ii) $P(A|C) \geq P(B|C)$ ද $P(A|C') \geq P(B|C')$ ද නම් $P(A) \geq P(B)$ බවත්

සාධනය කරන්න.

(ඇ) පෙට්ටියක නිල් වීදුරු බෝල 3 ක් සහ රතු වීදුරු බෝල 2 ක් ද තවත් පෙට්ටියක නිල් වීදුරු බෝල 2 ක් සහ රතු වීදුරු බෝල 5 ක් ද සිටියි. මේ පෙට්ටි අතුරෙන් එක් පෙට්ටියකින් සසම්භාවී ලෙස ගත් බෝලය, නිල් වීදුරු බෝලයක් විය. එය පළමුවැනි පෙට්ටියෙන් ලැබුණු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

13632

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1998 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1998 ஆகஸ்ற் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1998 (New Syllabus)

ව්‍යවහාරික ගණිතය II
பிரயோக கணிதம் II
Applied Mathematics II

06
S | II

පැ තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ

අවශ්‍ය තැන්හි දී ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. C ගුවන් යානයක්, l දිගැති AB ධාවන පථයක A කෙළවරට U වේගයෙන් ගොඩබැස, τ කාලයට පසු B හි දී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. බිමේ ප්‍රතිරෝධය හා වාතයේ ප්‍රතිරෝධය පිළිවෙළින් ගුවන් යානයේ ඒකක ස්කන්ධයට a හා bv^2 වෙයි. මෙහි v යනු ගුවන් යානයේ ප්‍රවේගය ද a, b යනු නියත ද වෙයි. t වේලාවේ දී C ගුවන් යානය A කෙළවරේ සිට x දුරකින් වන විට, ගුවන් යානයේ චලිතයේ සමීකරණය ලියන්න.

(v, t) සහ (x, v) විචලනවල අවකල සමීකරණ ලබා ගෙන

(i) $U = \sqrt{\frac{a}{b}} \tan\left(\sqrt{ab}\,\tau\right)$ බවත් (ii) $l = \frac{1}{2b} \ln\left(1 + \frac{b}{a}U^2\right)$ බවත්

පෙන්වන්න.

2. ස්කන්ධය M ද පාදයක දිග $2a$ ද වූ ඒකාකාර තුනර සනකාකාර පෙට්ටියක් රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවේ සිටෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් බව්ටෙක් සහිත $l\,(< a)$ දිගැති සරල අවලම්බයක් පෙට්ටියේ උඩ මුහුණතේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යයේ එල්ලා ඇත. අවලම්බය, උඩ මුහුණතේ ගැටෙන්නේ නැතිව සිරසෙන් දෙපසට ම සතුල්කෝණ සාදමින් දෝලනය වෙයි. අවලම්බය සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ ආතතිය T සොයන්න.
පිළිවෙළින් ඝර්ෂණ බලය හා පෙට්ටියත් මේසයත් අතර අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව F හා R නම්,

$\frac{F}{R} = \frac{\sin 2\theta}{\lambda + \cos 2\theta}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda = 1 + \frac{2M}{3m}$

μ යනු මේසයත් පෙට්ටියත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය විට $\mu \geq \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. t වේලාවේ දී Oxy තලයේ වූ P අංශුවක ධ්‍රැවක කණ්ඩාංක (r, θ) යැයි සිතමු. $\overrightarrow{OP}$ දිශාවේ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}_r$ යැයි ද θ වැඩි වන දිශාවට $\mathbf{i}_r$ ට ලම්බ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}_\theta$ යැයි ද සිතමු. **සුසුරුදු අංකනයෙන්**

(i) $\dot{\mathbf{i}}_r = \dot{\theta}\,\mathbf{i}_\theta$ බවත් (ii) $\dot{\mathbf{i}}_\theta = -\dot{\theta}\,\mathbf{i}_r$ බවත්

සාධනය කරන්න. t වේලාවේ දී P හි $\mathbf{V}$ ප්‍රවේගය $\mathbf{V} = \dot{r}\mathbf{i}_r + (r\dot{\theta})\,\mathbf{i}_\theta$

මගින් ලැබෙන බව අපෝහනය කර $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt}$ සොයන්න.

ස්වභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වූ යුනු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකින් m ස්කන්ධයක් දරා සිටියි. එහි අනෙක් කෙළවර සුමට විශාල සිරස් මේසයක O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇද ඇත. ආරම්භයේ දී අංශුව මේසය මත නිශ්චලතාවේ තබා ඇත්තේ තන්තුව සඳුව හා නොඇදී තිබෙන පරිදි ය. දික්කළ තන්තුවට α කෝණයකින් ආනත දිශාවකට $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයක් ඇති ව අංශුවේ චලිතය පටන් ගනියි. ඉන් තවගත්තා චලිතයේ දී තන්තුවේ r_0 උපරිම දිග

$$\left(\frac{r_0}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{r_0}{l}\right)^3 + f(\alpha) = 0$$

සමීකරණය සපුරාලයි නම්, $f(\alpha)$ සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. ස්වභාවික දිග l ද මාපාංකය λ ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක්, $l+x$ දිගකට අදිනු ලැබූ විට, එම තන්තුවේ විභව ශක්තිය $\frac{1}{2}\frac{\lambda}{l}x^2$ බව පෙන්වන්න.

අංශු පද්ධතියක් සඳහා රේඛීය ගම්‍යතා මූලධර්මයත් ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මයත් ප්‍රකාශ කරන්න.

පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක් ස්වභාවික දිග a ද මාපාංකය λ ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් ඇද, a දුරක පරතරයක් ඇති ව සුමට සිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. A අංශුව u ප්‍රවේගයෙන් $\overrightarrow{BA}$ දිශාවේ මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබයි. එලිතය සඳහා ගම්‍යතා හා ශක්ති සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, තන්තුවේ උපරිම දිග සොයා, තන්තුවේ දිග යළිත් a වන විට A හා B අංශුවල වේග පිළිවෙළින් $\frac{u}{3}$ හා $\frac{2u}{3}$ බව පෙන්වන්න.

5. $\mathbf{I}$ ආවේගයක් මඟින් අංශුවක ප්‍රවේගය $\mathbf{u}$ සිට $\mathbf{v}$ තෙක් වෙනස් වෙයි නම්, අංශුවේ වාලක ශක්ති වෙනස $\frac{1}{2}\mathbf{I}.(\mathbf{u}+\mathbf{v})$ යන්නෙන් ලැබෙන බව සාධනය කරන්න.

එක එකක් a දිගින් යුත් සමාන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු හතරක් මඟින් ඇදූ එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශු හතරක්, තන්තුවලින් සෑදුනු පාද සහිත $ABCD$ රොම්බසයක සොහොඳට පිහිටා සුමට සිරස් මේසයක් මත සිටියි. $\overrightarrow{CA}$ දිශාබඳය දිගේ $\mathbf{I}$ තාහිර ආවේගයක් A අංශුවට ලැබෙයි. C හි අංශුව $\frac{|\mathbf{I}|}{4m}\cos 2\alpha$ ආරම්භක වේගයෙන් චලනය වන බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\widehat{BAD} = 2\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$

පද්ධතියට ලැබෙන වාලක ශක්තිය, $|\mathbf{I}|$, m හා α ඇසුරෙන් සොයන්න.

6. ස්කන්ධය M වූ A සුමට ගෝලයක්, නිශ්චලතාවේ සිටින m ස්කන්ධයෙන් යුත් තවත් B සුමට ගෝලයක ගැටෙන්නේ, ගැටෙන වේලාවේ දී සෝදෑ රේඛාව පමණ $\theta\left(< \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවකිනි. A ගෝලයේ පෙත ϕ කෝණයකින් උත්ක්‍රම වෙයි නම්

$$\tan(\theta+\phi) = \frac{(M+m)\tan\theta}{(M-em)}$$

බව සාධනය කරන්න. මෙහි e යනු ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) $\theta \neq 0$, $M = em$ විට ද

(ii) $\theta = 0$, $M > em$ විට ද

(iii) $\theta = 0$, $M < em$ විට ද

(iv) $\theta = 0$, $M = em$ විට ද

A ගෝලයේ එලිතයේ දිශාව දක්වන්න.

7. ඇණිය නැති අහය කොහෝ ගණනක් ගත හැකි X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක $E(X)$ ගණිත අපේක්ෂාව හා σ_X සම්මත අපගමනය අර්ථ දක්වන්න.

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

බව පෙන්වන්න.

(අ) T නොනැඹුරු දාදු කැටයක් වරක් උඩ දමීමේ දී උඩට පෙරළෙන සංඛ්‍යාවල සම්මත අපගමනය සොයන්න. T යොදා ගෙන ක්‍රීඩාවක යෙදුනි; එහි දී 2 උඩට පෙරලුනොත් ක්‍රීඩකයා රුපියල් 40 ක් දිනයි; 4 උඩට පෙරලුනොත් රුපියල් 80 ක් දිනයි; 6 උඩට පෙරලුනොත් රුපියල් 60 ක් පරාද වෙයි; වෙනත් කිසිදු මුහුණතක් උඩට පෙරලුනොත් කිසු දිනන්නේ වත් පරදින්නේ වත් නැත. යහ ක්‍රීඩාවක දී, ක්‍රීඩාවේ යෙදීමට ක්‍රීඩකයෙකු ගෙවිය යුතු යැයි අපේක්ෂා කරන අවම මුදල කීය ද?

(ආ) X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යය, සම්භාවිතාව

$$P(X = x) = k\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

සහිත ව සියලු ම ධන නිඛිල අගයයන් උපකල්පනය කරයි. මෙහි k යනු ධන නියතයකි. $E(X)$ සොයා $\sigma_X = \frac{\sqrt{3}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

8. X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක මධ්‍යන්‍ය අපගමනය අර්ථ දක්වන්න.
k යනු ධන නියතයක් විට, X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{81}\, x\,(9 - x^2); & 0 \le x \le 3 \quad \text{නම්,} \\ 0; & \text{අන් අවස්ථාවල දී,} \end{cases}$$

යන්නෙන් දෙනු ලැබෙයි. $k = 4$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ව්‍යාප්තියේ පහත සඳහන් එක එකක් ආගණනය කරන්න:

(i) මාතය;
(ii) මධ්‍යස්ථය;
(iii) මධ්‍යන්‍යය;
(iv) මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

ඉහත ආගණනවල දී ඔබ යොදා ගත්තා සියලු ම පියවර සහිත ව කරන්න.

9. (අ) X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යය $\mathbb{R}$ හි $[a, b]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරය පුරා **ඒකාකාර** ලෙස ව්‍යාප්ත වී තිබෙයි. X හේ $f(x)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයත් $F(x)$ ව්‍යාප්ත ශ්‍රිතයත් සොයා ඒවායේ ප්‍රස්තාරවල දළ රූප සටහන්, $\mathbb{R}^2 \equiv Oxy$ තලය මත අඳින්න. X හේ μ මධ්‍යන්‍ය ද σ^2 විචලනාවය ද සොයන්න.

(ආ) වාර්ෂික පරීක්ෂණයක ලකුණු, μ මධ්‍යන්‍යයකුත් σ සම්මත අපගමනයකුත් සහිත ව **ප්‍රමේය** ලෙස ව්‍යාප්ත වී තිබෙයි. අයදුම්කරුවන් හෙන් 10% කට වැඩි ලකුණු 70 ට වැඩි බවත්, 20% කට ලකුණු 40 ට අඩු බවත් සොයා ගෙන ඇත. $\mu = 52$ බව පෙන්වා, දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව σ සොයන්න.
(ලකුණු, ආසන්නතම නිඛිලයට සන්නිකර්ෂණය කර ඇති බව උපකල්පනය කරන්න.)

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. ස්කන්ධය m ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක, තැටියේ තලයට ලම්බ එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව පෙන්වන්න.

තලය සිරස් ව තිබෙන, m ස්කන්ධයෙන් හා a අරයෙන් යුත් ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක්, a ට වැඩි දුරින් යුත් සිහින් අචල සිරස් කණුවක මුදුන මත නිශ්චලව තබා ඇත. පසුව එය නිශ්චලතාවයෙන්, සිරුවෙන් මුදහරිනු ලැබේ. සිරස සමඟ P ස්පර්ශ ලක්ෂයේ දී අරය සාදන කෝණය $\theta\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ද P ලක්ෂයේ දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R ද සර්ශණ බලය F ද නම්,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{4g}{3a}(1-\cos\theta)$$

බව පෙන්වන්න. θ හි ශ්‍රිත ලෙස F හා R සොයන්න.

$\mu\ (<\infty)$ සර්ශණ සංගුණකය කොතරම් විශාල වුවද θ කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$ අගයට එළඹීමට පෙර තැටිය නිශ්චිත වශයෙන් ම ලිස්සන බව අපෝහනය කරන්න.

11. ආරම්භක මුළු ස්කන්ධය M වූ රොකට්ටුවක්, නිශ්චලතාවේ සිට ගුරුත්වය යටතේ සිරස් ලෙස උඩු අතට දියත් කරන ලදී. රොකට්ටුව, $k(>0)$ නියත ශීඝ්‍රතාවයකින් ඉන්ධන දවා-ලන අතර දහන පදාර්ථ, රොකට්ටුවට සාපේක්ෂව u_0 වේගයකින් සිරස් ලෙස පහළට පිට කෙරෙයි. හිස් කබොලේ ස්කන්ධය $M_0\ (<M)$ ය. t වේලාවේ දී, රොකට්ටුවේ ස්කන්ධය m වන අතර එය V ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට චලනය වෙමින් තිබෙයි. වලිතයට වාතයේ ප්‍රතිරෝධයක් **නොමැති** බව උපකල්පනය කරමින්, $\frac{M-M_0}{k} \geq t \geq 0$ විට,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{u_0}{m}k - g$$

බව ප්‍රමුඛධර්ම මඟින් සාධනය කරන්න.
රොකට්ටුවේ උපරිම වේගය සොයන්න. එයට ළඟා විය හැකි වැඩි ම උස

$$\frac{u_0^2}{2g}\left[\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)\right]^2 + \frac{u_0 M}{k}\left[1-\frac{M_0}{M}-\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)\right]$$

බව පෙන්වන්න.

12. $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{Oy}$, $\overrightarrow{Oz}$ කාටීසිය අක්ෂ දිගේ වූ ඒකක දෛශික වීට, $Oxyz$ ත්‍රිමාන අවකාශයේ (x, y, z) ලක්ෂයේ දී ක්‍රියාකරන බලයක් $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} + R_z\mathbf{k}$ යැයි සිතමු. O මූල ලක්ෂය වටා $\mathbf{R}$ හි දෛශික සූර්ණය $L_0\mathbf{i} + M_0\mathbf{j} + N_0\mathbf{k}$ ද $P \equiv (a, b, c)$ ලක්ෂය වටා $\mathbf{R}$ හි සූර්ණය $L\mathbf{i} + M\mathbf{j} + N\mathbf{k}$ ද වෙයි නම්

$$L = L_0 - bR_z + cR_y,$$

$$M = M_0 - cR_x + aR_z,$$

$$N = N_0 - aR_y + bR_x \text{ බව ද}$$

$$L_0R_x + M_0R_y + N_0R_z = LR_x + MR_y + NR_z \text{ බව ද සාධනය කරන්න.}$$

පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(1, 1, 0)$ හා $(0, 1, -2)$ ලක්ෂවල දී, ක්‍රියා කරන $\mathbf{F}_1 = l\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_2 = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$ බල දෙකකින් සමන්විත වෙයි. එම පද්ධතිය, O හි දී ක්‍රියා කරන $\mathbf{R}_0 = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ තනි බලයකට හා $\mathbf{G}_0 = L_0\mathbf{i} + M_0\mathbf{j} + N_0\mathbf{k}$ යුග්මයකට ඌනනය වෙයි නම්, l, m, n, L_0, M_0 හා N_0 යන මේවායේ අගයයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, පද්ධතිය තනි බලයකට හෝ තනි යුග්මයකට හෝ ඌනනය කළ නොහැකි බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{G}'$ යනු P ලක්ෂය වටා $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ බලවල සූර්ණය නම් ද $\mathbf{G}' = p\mathbf{R}_0$ නම් ද p හි අගයන් P ලක්ෂයේ පථයන් සොයන්න.