සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

16604

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ශුද්ධ ගණිතය I | **01**
தூய கணிதம் I | **S I**
Pure Mathematics I

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) $V_r - V_{r-1} = 2r \ (r \geq 2)$ සහ $V_1 = 1$ නම්, $\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n}{2}(n+1)$ භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $V_n = n^2 + n - 1$ බව පෙන්වන්න.

$U_r = \frac{V_r}{(r+2)!}$ යැයි දී ඇත් නම්, $f(r) - f(r+1) = U_r$ වන සේ $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයා, ඒ නයින්

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} - \frac{n+1}{(n+2)!}$$

බව පෙන්වන්න.

$\sum U_r$ අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(ii) n යනු ධන නිඛිලයක් නම්, $4.6^n + 5^{n+1}$ යන්න, 20 න් බෙදූ විට ශේෂය 9 බව ගණිත අභ්‍යුහනය මඟින් සාධනය කරන්න.

2. (i) $(b+c)^3(b-c) + (c+a)^3(c-a) + (a+b)^3(a-b)$ හි සාධක සොයන්න.

(ii) a, b, z, x සියල්ල ධන ද $z \geq x$ ද විට, $x^2y = az + bz^3$ නම්, එවිට $y \geq 2\sqrt{ab}$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $|3x - 4| > 2 - 5x$

වන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

3. (i) a, b, c යනු $a \neq 0$ වන සේ වූ තාත්ත්වික නියත විට, $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයහි α, β මූල තාත්ත්වික වීම සඳහා අවශ්‍යතාවක් සොයන්න.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ සහ } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$ බව පෙන්වන්න.

නවද, $(4\alpha - 3\beta)(4\beta - 3\alpha) = \frac{49ac - 12b^2}{a^2}$ බව ද පෙන්වා, $12b^2 < 49ac < \frac{49}{4}b^2$ නම්, $\frac{3\alpha}{4}$ සහ $\frac{4\alpha}{3}$ අතර β පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) $p, q, r \ (p \neq 0)$ යනු තාත්ත්වික නියත විට, $px^4 + qx^3 + rx^2 - qx + p = 0$ සමීකරණය y හි වර්ගජ සමීකරණයකට ඌණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $y = x - \frac{1}{x}$.

ඒ නයින්, ඉහත දක්වා ඇති x හි සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල සිඹීම සඳහා p, q, r මඟින් සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතාවක් සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

සෘණ නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ප්‍රතිඵලය අපෝහනය කරන්න.

$(\cos\theta + i\sin\theta)^n$ සැලැකීමෙන්, n ඔත්තේ විට

$$\sin n\theta = {}^nC_1 \sin\theta \cos^{n-1}\theta - {}^nC_3 \sin^3\theta \cos^{n-3}\theta + \ldots + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin^n\theta$$

බව පෙන්වන්න.

n ඉරට්ටේ විට, $\sin n\theta$ සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශනය සොයන්න.

$\sin\theta \neq 0$ නම්,

$$\frac{\sin 4\theta - \sin 3\theta}{\sin\theta} = 8\cos^3\theta - 4\cos^2\theta - 4\cos\theta + 1$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල

$$2\cos\frac{\pi}{7},\ 2\cos\frac{3\pi}{7} \text{ සහ } 2\cos\frac{5\pi}{7}$$

බව පෙන්වන්න.

5. $z = x + iy$, $x > 0$, $y > 0$ යන්නෙන් දෙනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව, ආගන්ඩ් සටහනක P ලක්ෂ්‍යයෙන් නිරූපණය වේ. එම රූප සටහනෙහිම Q ලක්ෂ්‍යයෙන් $i\sqrt{3}\,z$ සංඛ්‍යාව නිරූපණය වේ නම්, Q නිර්ණය කළ හැක්කේ කොසේ දැයි පෙන්වන්න. තවද, පිළිවෙලින් $z + i\sqrt{3}\,z$ සහ $z - i\sqrt{3}\,z$ නිරූපණය කරන R සහ R' ලක්ෂ්‍යයන් ද සටහන් කරන්න.

z හි විස්තාරය θ වේ.

(i) R අනාත්තිය අක්ෂය මත පිහිටයි නම් θ සොයන්න.

(ii) z^2 නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය, මූල ලක්ෂ්‍යය සහ R ඒකරේඛීය නම්, $\theta = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ආගන්ඩ් සටහන භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$$\left|z + i\sqrt{3}\,z\right|^2 + \left|z - i\sqrt{3}\,z\right|^2 = 8\left|z\right|^2$$

බව පෙන්වන්න.

6. (i) ප්‍රමුඛාධර්ම මඟින්, වරකට r බැගින් ගත්විට දුවා n වල සංයෝජන සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(ii) මතු දක්වෙන අවශ්‍යතා දෙකම සපුරාලන්නාවූ, 75 000 ට වඩා විශාල නිඛිල කොපමණ තිබේ ද?

(a) නිඛිලයෙහි සංඛ්‍යාංක සියල්ල ප්‍රතිත්ත වේ.

(b) 0 සහ 1 සංඛ්‍යාංක, නිඛිලයෙහි නොපවතී.

(iii) නිඛිලයක සංඛ්‍යාංක විය හැක්කේ 1 හෝ 2 පමණක් වන අතර ඒවායේ වෙනස දහය වේ. එවැනි නිඛිල කොපමණ තිබේ ද?

7. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

(i) $(3x + 2y)^{20}$ හි ප්‍රසාරණයේ

(a) විශාලතම සංඛ්‍යාත්මක සංගුණකය ද, (b) $x = \frac{1}{3}$ සහ $y = \frac{3}{2}$ විට, විශාලතම පදය ද, සොයන්න.

(ii) $(1 + x)^n (1 + x)^n \equiv (1 + x)^{2n}$

සර්වසාමයෙහි දෙපැත්තේම x^r හි සංගුණක සැසැඳීමෙන්

$$\sum_{s=0}^{r} {}^nC_s \, {}^nC_{r-s} = {}^{2n}C_r$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{s=0}^{n} ({}^nC_s)^2$ ඓකෳය සොයන්න.

(iii) $(a + bx)^n$ හි ප්‍රසාරණයේ

(a) x හි මත්තේ බලවල, (b) x හි ඕරවිටේ බලවල

සංගුණකයන්ගේ ඓකෳය සොයන්න.

8. (i) (a) $\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 25}$ (b) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x - x}{\tan 3x - 2x}$

සොයන්න.

(ii) $\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$

බව ප්‍රමුලධර්ම මඟින් සාධනය කර,

$$\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}}, \quad |x| > 1$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) (a) $y = \sin(\sin x)$ නම්,

$\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) k යනු නියතයක් ද, $\theta \neq 0$, $\cos\theta \neq 0$ ද විට,
$x = k(\cos\theta + \theta \sin\theta)$, $y = k(\sin\theta - \theta\cos\theta)$ නම්,
θ හි ශ්‍රිත ලෙස $\frac{dy}{dx}$ සහ $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

9. (i) ආදේශ කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ,

$$\int x^3 \tan^{-1} x \, dx$$ ලබා ගන්න.

(iii) $$\int_0^{\pi/4} \cos 2x \tan^3 x \, dx$$ අගයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. (i) ආසන්න අනුකලනය සඳහා සිම්සන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

(1, 2.00), (1·5, 2·60), (2, 2·97), (2·5, 3·10), (3, 3·00), (3·5, 2·67) සහ (4, 2·10), ලක්ෂ්‍ය හරහා වක්‍රයක් ඇඳ ඇත. ඉහත නීතිය භාවිත කිරීමෙන්, එම වක්‍රයත් x අක්ෂයත් $x=1, x=4$ කෝටිකත් අතර වූ ආසන්න වර්ගඵලය, දශමස්ථාන එකකට නිවැරදිව සොයන්න.

(ii) $\log y = \tan^{-1} x$ නම්

(a) $(1+x^2)\,y^{(1)} - y = 0$

(b) $(1+x^2)\,y^{(2)} + (2x-1)\,y^{(1)} = 0$

(c) $(1+x^2)\,y^{(3)} + (4x-1)\,y^{(2)} + 2\,y^{(1)} = 0$

බව පෙන්වන්න : මෙහි $y^{(r)} = \dfrac{d^r y}{dx^r}$.

ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $r \geq 2$ සඳහා,

$$(1+x^2)\,y^{(r+1)} + (2rx-1)\,y^{(r)} + r(r-1)\,y^{(r-1)} = 0$$

බව සාධනය කරන්න.

$e^{\tan^{-1} x}$ සඳහා මැක්ලෝරීන් ප්‍රසාරණය

$$1 + x + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 - \frac{7}{4!}x^4 + \frac{1}{4!}x^5 + \ldots$$

බව පෙන්වන්න.

(iii) $\dfrac{1}{(1-x)^2\ (1-2x)}$ හින්න භාග වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{1}{(1-x)^2\ (1-2x)}$ හි ප්‍රසාරණයේ x^n හි සංගුණකය සොයන්න; මෙහි $|x| < \dfrac{1}{2}$.

11. t පරාමිතිය ඇසුරෙන්,

$$\frac{dx}{dt} = 2(t^2+1)(t-1), \qquad \frac{dy}{dt} = (t-2)(t+1),$$

යන්නෙන්, xy තලයෙහි වූ C වක්‍රයක් පරාමිතික ආකාරයෙන් දෙනු ලැබේ.

වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශක බණ්ඩාක්ෂවලට සමාන්තර වන පරිදි, C මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ට අනුරූප t හි අගයන් සඳහන් කරන්න.

$-\infty$ සිට ∞ තෙක් t විචලනය වන විට, $\dfrac{dx}{dt}$, $\dfrac{dy}{dt}$ සහ $\dfrac{dy}{dx}$ හි ලකුණ වෙනස් වීම විදහා පාන වගුවක් සාදන්න. ඔබගේ වගුව ආශ්‍රයෙන්, x හි ශ්‍රිතයක් ලෙස සැලකූ y හි උපරිම සහ අවම අගයනට අනුරූප t හි අගයන් සොයන්න.

$(x, y) = \left(\dfrac{25}{6}, \dfrac{7}{6}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී උපරිමය පවතී යැයි දී ඇත්නම්, වක්‍රයේ පරාමිතික සමීකරණ සොයන්න. වක්‍රයෙන් එයම කැපෙන බව පෙන්වන්න.

වැඩිවන t හි දිශාව දක්වමින්, වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

12. පිළිවෙලින් $y = x^3 + x^2 - x$ සහ $y = x^2$ යන්නෙන් දෙනු ලබන C_1 සහ C_2 වක්‍රවල දළ සටහන්, එකම රූප සටහනක අඳින්න.

C_1 සහ C_2 වක්‍රවලින් අන්තර්ගත S පෙදෙසේ වර්ගඵලය ලබා ගන්න.

$y=1$ රේඛාව වටා, කුඩා කෝණ ඔතරකින් S භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන පරිභ්‍රමණ ඝනයේ පරිමාව $\dfrac{2}{3}\pi$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

016576

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ශුද්ධ ගණිතය II 01
தூய கணிதம் II S II
Pure Mathematics II

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට ත්‍රිකෝණයේ පාද මත ඇඳි ලම්බයන්හි අඩි ඒකරේඛීය බව සාධනය කරන්න.

P යනු *ABC* ත්‍රිකෝණයක පරිවෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි සිතමු. *PA*, *PB*, *PC* විෂ්කම්භ වන සේ පිළිවෙලින් S_1, S_2, S_3 වෘත්ත අඳිනු ලැබේ. පොදු ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන *P* ට අමතරව, S_2 සහ S_3, S_3 සහ S_1, S_1 සහ S_2 වෘත්තවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් *X*, *Y*, *Z* වේ. *X*, *Y*, *Z* ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

(ii) මෙනලාඕස් ප්‍රමේයයේ විලෝමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල දී එහි පරිවෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක, ත්‍රිකෝණයේ සම්මුඛ පාද ඒකරේඛීය ලක්ෂ්‍යවල දී හමුවන බව සාධනය කරන්න.

2. *VABC* චතුස්තලයක, *VA* දාරය *ABC* තලයට ලම්බ වන අතර, $AC = BC = a$ සහ $VA = AB = \sqrt{2}\, a$. *P* යනු *VB* හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. *VAC* තලයෙහි *F* යනු *A* සිට *VC* ට ඇඳි ලම්බයේ අඩියයි. *APF* තලයට *VB* ලම්බ බව පෙන්වන්න.

K යනු *AC* හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි සිතමු. *K* හරහා, *VB* දාරයට ලම්බ වන සේ තලයක් අඳින්න. *V* සිට එම තලයට ඇති දුර සොයන්න.

3. $ax + by + c = 0$ රේඛාවෙහි $P(\alpha, \beta)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න. ඒ නයින්, $ax + by + c = 0$ හි, $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.

රොම්බසයක විකර්ණයක් $2x + y - 1 = 0$ රේඛාව වේ. එක් ශීර්ෂයක් $(2, -3)$ වන අතර එහි එක් පාදයක් $y - x - 4 = 0$ රේඛාව මත පිහිටයි. ඉහිරි පාද තුනෙහිත්, ඉහිරි විකර්ණයේත් සමීකරණ සොයන්න.

4. $ax + by = 1$ සරල රේඛාව, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය *A* සහ *B* ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය කරයි. මූලාංක මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි දී, *AB* සෘජු කෝණයක් ආපාතනය කරයි නම්,

$$c(a^2 + b^2) + 2(ag + bf + c) = 0$$

බව පෙන්වන්න.

$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ වෘත්තයේ *PQ* විවිධ ජ්‍යායක් මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සෘජු කෝණයක් ආපාතනය කරයි. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිත කර හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ *PQ* හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයෙහි පථය

$$2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$$

වෘත්තය බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

5. (i) a හා α යනු ධන නියත වීට, ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක ඇසුරෙන් $r = a\sec(\theta - \alpha)$ මගින් ගෙන දෙන පථය හඳුන්වා දෙන්න.

$r = 4\sin\theta - 3\cos\theta$ සමීකරණය සහිත C වක්‍රයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ධ්‍රැවයේ සිට ඇතින්ම පිහිටි C හි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය කුමක් ද?

(ii) $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න; මෙහි

$$f(x) = 1 - x, \quad x \le 1$$
$$= x - 1, \quad 1 \le x \le 2$$
$$= 3 - x, \quad x \ge 2.$$

එම රූප සටහනෙහි ම, $y = g(x) = f(2x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය ද ඇඳ, $g(x) \ge y \ge f(x)$ වන $R(x, y)$ පෙදෙස අඳුරු කරන්න.

R හි දී $y - 2x$ හි අඩුතම අගය සොයන්න.

6. $(at^2, 2at)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී, $y^2 = 4ax$ පරාවලයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය,

$$tx + y = at^3 + 2at$$

බව සාධනය කරන්න.

$y = mx + c$ සරල රේඛාව, $y^2 = 4ax$ පරාවලය මත පිහිටි $P(at^2, 2at)$, $Q(aT^2, 2aT)$ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙක හරහා යයි නම්,

$$t + T = \frac{2}{m} \quad \text{සහ} \quad atT = \frac{c}{m}$$

බව සාධනය කරන්න.

c යනු නිශ්ශූන්‍ය නියතයක් නම්, Pහි දී සහ Qහි දී අභිලම්බවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය (m විචලනය වන විට) :

$$2(cx + 2ay - 2ac)^2 + c^3y = 0$$

වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$c = 0$ නම් කුමක් වන්නේ ද?

7. $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ ඉලිප්සයට, විකේන්ද්‍රික කෝණය ϕ වූ P ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි l ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

විකේන්ද්‍රික කෝණ θ සහ ϕ සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ඇඳි ස්පර්ශකයන්ගේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

N යනු මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට l රේඛාවට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය යි. $S = 0$ ඉලිප්සයට N සිට ඇඳි අනික් ස්පර්ශකයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය වන Q හි විකේන්ද්‍රික කෝණය θ නම්

$$a^2 \tan\phi = b^2 \tan\tfrac{1}{2}(\theta + \phi)$$

බව පෙන්වන්න.

Q' වනාහි, ඉලිප්සයෙහි Q හරහා වූ විෂ්කම්භයේ අනික් කෙළවරයි. $S = 0$ ඉලිප්සයට P හරහා ඇඳි අභිලම්බය Q' හරහා යන බව ද පෙන්වන්න.

8. $px + qy = 1$ රේඛාව, $S \equiv \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ බහුවලයට ස්පර්ශකයක් වේ නම් $a^2p^2 - b^2q^2 = 1$ බව පෙන්වන්න.

k නියතයක් වූ, $x^2 + y^2 - 2ky = a^2 + b^2$ වෘත්තය $S = 0$ බහුලවයේ ස්පර්ශෝන්මුඛ $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ සහ $P_2 \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය කරයි ; මෙහි P_1 ප්‍රථම වෘත්තපාදකයෙහි ද P_2 සිවිවන වෘත්තපාදකයේ ද පවතී.

$$\frac{y_1}{b} = \lambda + \sqrt{1 + \lambda^2}$$

සහ $$\frac{x_2}{a} = -\lambda + \sqrt{1 + \lambda^2}$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි $$\lambda = \frac{kb}{a^2 + b^2}.$$

ඒ නයින්, k හි සියලුම අගයන් සඳහා P_1P_2 රේඛාව $S = 0$ බහුවලය ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

9. (i) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා, සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ බව සාධනය කරන්න.

$\frac{\sin(B - C)}{\sin A} = \frac{b^2 - c^2}{a^2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ABC ත්‍රිකෝණයක, කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය I ද පාදවලලම්බ සමච්ඡේදකයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O ද වේ. A යනු සුළු කෝණයක් නම් BC ට IO හි ආනතිය

$$\tan^{-1}\left|\frac{\cos B + \cos C - 1}{\sin B - \sin C}\right|$$

බව පෙන්වන්න.

10. (i) 1 සහ 2 අතර $\frac{\cos x + 2 \sin x + 1}{\cos x + \sin x}$ පැවතිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(ii) $A + B + C = \pi$ නම්,

$$\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$$

බව පෙන්වන්න.

(iii) $\tan\theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ විසඳන්න.

(iv) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

බව සාධනය කරන්න

[අනෙක් පිට බලන්න..

11. A සහ B සිදුවීම් දෙක, $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ වන පරිදි වේ නම් A සහ B ස්වායත්ත සිදුවීම් යැයි කියනු ලැබේ.

C සහ D ස්වායත්ත සිදුවීම් දෙකක් යැයි සිතමු. C' සහ D' යනු පිළිවෙලින් C හි සහ D හි අනුපූරක සිදුවීම් වේ.

(a) C සහ D' ස්වායත්ත සිදුවීම් බව ද

(b) C' සහ D' ස්වායත්ත සිදුවීම් බව ද

පෙන්වන්න.

මිනිසෙකු සහ ඔහුගේ භාර්යාව, ඔවුන්ගේ විවාහයෙන් පසු අඩු වශයෙන් වර්ෂ 25 ක් ජීවත් වීමේ සම්භාවිතාවන් පිළිවෙලින් 0·70 සහ 0·80 වේ.

වර්ෂ 25 කින්,

(i) දෙදෙනාම ජීවත්ව සිටීමේ,

(ii) එක් කෙනෙකුවත් ජීවත්ව නොසිටීමේ,

(iii) අඩුවශයෙන් එක් කෙනෙකුවත් ජීවත්ව සිටීමේ,

(iv) හරියටම එක් අයෙකු ජීවත්ව සිටීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

12. X යනු,

$X = x$	x_1	- - -	x_i	- - -	x_n
$P\,[X = x]$	p_1	- - -	p_i	- - -	p_n

සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සහිත විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක් යැයි සිතමු.

X හි මධ්‍යන්‍යය $E(X)$ සහ X හි විචලනාව $\mathrm{Var}\,X$ අර්ථ දක්වන්න.

a සහ b නියත නම්,

(i) $E(aX + b) = aE(X) + b$

සහ (ii) $\mathrm{Var}\,(aX + b) = a^2\,\mathrm{Var}\,X$

බව පෙන්වන්න.

සාධාරණ දුඹු කැට යුගලයක් විසිකිරීමේ දී, ඓක්‍යය 7 ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

කිසියම් ක්‍රීඩකයෙකු සාධාරණ දුඹු කැට යුගලයක් 5 වරක් විසිකරයි. මෙම විසිකිරීම් X වල දී, ඓක්‍යය 7 වේ. X ට ගත හැකි අගයයන් ලියා, X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සොයන්න.

X හි මධ්‍යන්‍යය සහ විචලනාව පිළිවෙලින් $\frac{5}{6}$ සහ $\frac{25}{36}$ බව පෙන්වන්න.

ඔහුට, $6X + 7$ ලකුණක් ප්‍රදානය කෙරේ නම්, ඔහුගේ අපේක්ෂිත ලකුණක්, ලකුණේ විචලනාවක් සොයන්න.