සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

16291

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
Applied Mathematics I

02
S | I

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C යන ප්‍රගීන්න ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා $\alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$ වෙයි. මෙහි α, β යනු අදිශ යි. $\alpha + \beta = 1$ ම නම් පමණක් A, B හා C ඒකරේඛීය බව සාධනය කරන්න.

PQR සහ LMN ත්‍රිකෝණ දෙක කෙසේ ද යත් PL, QM හා RN රේඛා O ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ඒකලක්ෂ්‍ය වන පරිදි ය. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q හා R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ හා $\mathbf{r}$ වෙයි. QR රේඛාවත් MN රේඛාවත් A හි දී ද RP රේඛාවත් NL රේඛාවත් B හි දී ද PQ රේඛාවත් LM රේඛාවත් C හි දී ද හමුවෙයි.

$$\overrightarrow{OA} = \frac{\mu\mathbf{q} - \upsilon\mathbf{r}}{\mu - \upsilon}, \qquad \overrightarrow{OB} = \frac{\upsilon\mathbf{r} - \lambda\mathbf{p}}{\upsilon - \lambda}, \qquad \overrightarrow{OC} = \frac{\lambda\mathbf{p} - \mu\mathbf{q}}{\lambda - \mu}$$

වන පරිදි λ, μ හා υ යන ප්‍රගීන්න අදිශ තුනක් පවතින බව පෙන්වන්න.

A, B හා C ඒකරේඛීය බව අපෝහනය කරන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකක $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(අ) පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ අතර කෝණය සොයන්න :

(i) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) = 0$ සහ $|\mathbf{b}| = |\mathbf{a}|$

(ii) $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$

(ආ) A, B, C, D යනු චතුස්තලයක ශීර්ෂ ද O යනු BCD ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ කේන්ද්‍රය ද වෙයි. BC ට AD ලම්බ ද CD ට AB ලම්බ ද නම් මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස O ගැනීමෙන් හා අදිශ ගුණිත භාවිත කර

(i) BCD මුහුණතට OA ලම්බ බවත්

(ii) $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$ බවත්

පෙන්වන්න.

3. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකක $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(අ) පහත සඳහන් දේවා අගයන්න :

(i) $$\frac{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|^2 + |\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|^2}{|\mathbf{a}|^2 |\mathbf{b}|^2}$$

(ii) $\mathbf{a} \cdot [\mathbf{b} \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})]$

(ආ) $Oxyz$ යනු සුරන් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය මෙහෙයුම් පද්ධතියක්; $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ යනු පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික යි. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{p} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{q} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ වෙයි.

$\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{OR}$ නම් $|\mathbf{r}|$ සොයන්න. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි S ලක්ෂ්‍යයේ $\mathbf{s}$ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය අපෝහනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල සමාන්තර නොවන බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවෙන් තබා ගනියි නම් ඒ බල ලක්ෂ්‍යයෙක දී හමු විය යුතු බව පෙන්වන්න.

W බරින් යුත් AB දණ්ඩක් C ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙන් දණ්ඩ බෙදෙ ලත්තේ පිළිවෙළින් a හා b දිග ඇති AC හා CB කොටස් දෙකට ය. දණ්ඩ නිසලව සමතුලිතතාවෙන් තිබෙන්නේ B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තු කර B ට සිරස් ලෙස ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට ඇදූ $l\,(> a + b)$ දිගින් යුත් ලහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් A කෙළවරකට සම්බන්ධ කිරීමෙනි.

(අ) $\cos^2 A\hat{B}D = \dfrac{a^2}{b\,(b+2a)}\left[\dfrac{l^2}{(a+b)^2} - 1\right]$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි; ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ද අරය R ද වෙයි. පිළිවෙළින් BC, OA, CA, OB, AB හා OC දිගා ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරන L, L; M, M; N, N විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුගයකින් ද ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ACB අතට ක්‍රියා කරන ස්ප්‍රණය $\lambda R\,(L + M + N)$ වූ නිත්-ශූන්‍ය යුගමයකින් ද පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි.

පද්ධතිය උදාසීනය වන්නේ

(අ) තනි බලයකට නම්, $L^2 + M^2 + N^2 > LM + MN + NL$ බවක්

(ආ) තනි යුග්මයකට නම්, $L = M = N$, $\lambda \neq \dfrac{1}{2}$ බවක්

පෙන්වන්න.

මේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පැවතීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කාණ්ඩයක් යදහන් කරන්න.

6. එක එකක් $2a$ දිගින් හා W බරින් යුත් සමාන ඒකාකාර AB, AC දඬු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබෙයි. a දිගින් යුත් බර රහිත BD දණ්ඩ, B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර AC මත පර්පණය විය හැකි ලහු සුමට කුඩා මුදුවකට D හි දී සවි කර ඇත. B සහ C දෙකෙළවර සුමට සිරස් තලයක නිශ්චලතාවේ පිහිටන පරිදි පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. BD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය

$$\frac{W}{12}\,(3\sqrt{2} - \sqrt{6})$$

බව පෙන්වන්න.

A සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිගාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට CB හමුවන ලක්ෂ්‍යය ද සොයන්න.

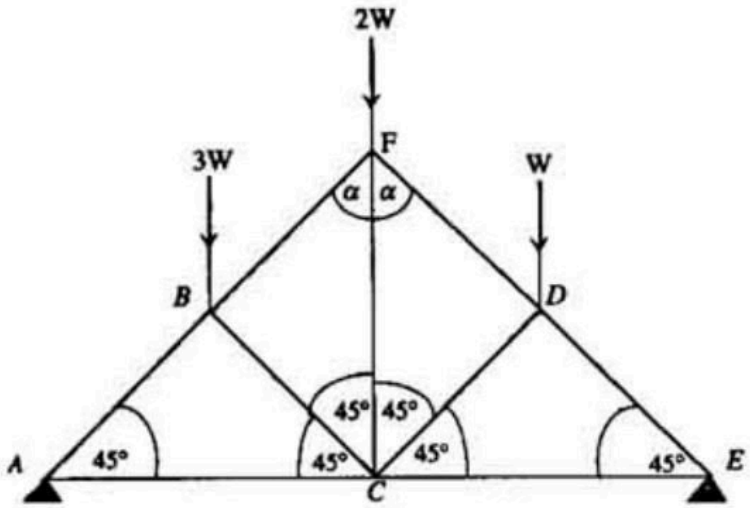
7. (i) උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජුවෘත්ත කේතුවක,

(ii) අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක

ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඝනත්වය ρ ද ආධාරක අරය a ද උස $4a$ ද වූ ඒකාකාර ඝන සෘජුවෘත්ත කේතුවක් සහ ඝනත්වය $\lambda\rho$ ද ආධාරක අරය a ද වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක්, ඒවායේ ආධාරක සමීපාත වන පරිදි එකට සම්බන්ධ කිරීමෙන් සංයුක්ත වස්තුවක ආකාරයේ කෙළි බඩුවක් තනා තිබෙයි. පොදු ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට කෙළි බඩුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර සොයන්න. කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය සුමට සිරස් තලයක් සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් කෙළි බඩුව ස්ථායී සමතුලිතතාවේ පැවතිය නොහැකි නම් $\lambda > 20$ බව පෙන්වන්න.

8.



ඉහත රූපයෙන් දක්වෙන්නේ, පෙන්වා ඇති පරිදි B, F හා D සන්ධිවල දී බර යොද A, B, C, D, E, F හි දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු තවයක රාමු සැකිල්ලකි. AC හා CE තිරස් ය; $AB = BC = CD = DE = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{CE}{\sqrt{2}}$; $BF = FD$. A හා E ආධාරකවල ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි උපකල්පනය කර ඒවා සොයන්න.

$\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$ විට, මෙම අංකනය යොදා ගෙන ඉහත රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශූන්‍ය නම් α සොයන්න. ඒ නයින් ඉහිරි දඬු අටේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන් වෙන් ව දක්වන්න.

9. (අ) ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක් නිසලව ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය, රළු තිරස් තලයක් ද ඒ හා සමාන ලෙස රළු සිරස් බිත්තියක් ද ස්පර්ශ වන පරිදිනි. සිරස සමඟ අර්ධගෝලයේ ආධාරකයට සෑදිය හැකි අවුනම් කෝණය $\tan^{-1}(2\sqrt{2})$ නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය දෙසේ දිම සර්ෂණ කෝණය

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{23}-4}{7}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

(ආ) W බරින් යුත් අංශුවක්, සිරසට ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ වූ රළු තලයක් මත සිටගෙයි. අංශුව ලුහු අවිනත්‍ය තන්තුවක් මඟින් තලයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. θ යනු තන්තුවක් වැඩිකම බැවුම් රේඛාවක් අතර සුළු කෝණය නම්,

$$\theta \leq \sin^{-1}\left(\frac{\tan\lambda}{\tan\alpha}\right)$$

බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda\ (<\alpha)$ යනු සර්ෂණ කෝණයයි.

θ හි විවිධ අගයන් සඳහා තන්තුවේ ආතතියේ අවුනම අගය ද සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණික ආස්තරයක් ඒකාකාර ඝනත්වයක් ඇති ද්‍රව්‍යයක හිල්වා ඇත්තේ එහි තලය සිරස්ව ද BC පාදය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ ද A ශීර්ෂය BC ට පහළින් ද පිහිටන පරිදි ය. එහි පිඩන කේන්ද්‍රය නිදහස් පෘෂ්ඨයට පහළින් $\frac{h}{2}$ ගැඹුරකින් වන බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු BC සිට A ට ඇති දුරයි.

ටැංකියක එක් බිත්තියක් පතුළේ සිට ඇතුළතට බැවුම් වන්නේ සිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකිනි. බර W වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක ආකාරයෙන් වන ඒකාකාර උගුල් දොරක් එම බිත්තියේ ඇත. BC සිරස් පාදය වටා සුවිල ලෙස අසවු කළ එම දොරේ A ශීර්ෂය BC ට පහළින් පිහිටා ඇති අතර දොර පිටතට විවෘත කළ හැකි ය. ටැංකියේ පතුළට ඉහළින් A, B හා C ශීර්ෂවල සිරස් උස පිළිවෙළින් a, b හා b වෙයි. උගුල් දොර, නිදහස් පෘෂ්ඨයට මුළුමනින් ම පහළින් තිබෙන සේ d උසකට ටැංකියට ජලය වත් කරනු ලැබෙයි. දොර වැසී පවතියි නම්

$$d \leq \frac{1}{2}\left[a+b+\frac{3W}{4s(b-a)^2}\right]$$

බව සාධනය කරන්න.

මෙහි s යනු ජලය ඒකක පරිමාවක බර යි.

11. දිග h ද අරය a ද වූ සන සමජවෘත්ත සිලින්ඩරයක්, අක්ෂය තිරසා යන තලයක් මුස්සේ කපා තිබෙයි. සිලින්ඩරයේ එක් අර්ධයක් ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ද්‍රව්‍යක යන්තමී ගිල්වා ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය යටිකුරුව ද එහි $ABCD$ සමච්තුරස්‍රාකාර තල ආධාරකය සිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනතව ද තිබෙන පරිදි ය.

(අ) h දිගින් යුත් BC දාරය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ පිහිටන විට වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ සිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙලින් $ha^2\rho g$ හා $\left(1+\frac{\pi}{2}\right)ha^2\rho g$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $2a$ දිගින් යුත් AB දාරය නිදහස් පෘෂ්ඨයේ පිහිටන විට වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම

$$\left(\frac{\pi a^2}{4}+\frac{ah}{2}\right)h\rho g\sqrt{2}$$

බව පෙන්වා, එහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

12. ද්‍රවස්ථිතිකයේ එන "ආකිමිඩීස් මූලධර්මය" ප්‍රකාශ කර එය සාධනය කරන්න.

බර W වූ කුඩා අංගුවක් නොගිලිය හැකි කරමි බරින් යුත් කුහර යමජවෘත්ත කේතුවක ශීර්ෂයට ඇද, තිබෙයි. කේතුව ජලයේ ඉපිලෙන්නේ ශීර්ෂය යටි අතට ද අක්ෂය සිරස්ව ද නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට h ගැඹුරකින් ශීර්ෂය තිබෙන සේ ද පිහිටන පරිද්දෙනි. නිදහස් පෘෂ්ඨයත් කේතුව තුළ ද්‍රව පෘෂ්ඨයත් එකම මට්ටමකට එන තෙක් σ විශිෂ්ට ගුරුත්වය වූ ද්‍රව්‍යක් කේතුව තුළට වත් කරනු ලැබේ. එවිට ශීර්ෂය, නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $2h$ ගැඹුරකිහි පිහිටයි නම් $\sigma=\frac{1}{8}$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
(முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved)

16314

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1996 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1996 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1996

ව්‍යවහාරික ගණිතය II
பிரயோக கணிதம் II
Applied Mathematics II

02
S | II

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

අවශ්‍ය තැන්හි ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. (අ) $(y^2 + 1)(x + 2)\dfrac{dy}{dx} = y(y^2 + 3)$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ) u යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට, $u = x + 2y$ ආදේශය භාවිත කර,

$$2\frac{dy}{dx} = \tan^2(x + 2y)$$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ඉ) මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සිසියම් වක්‍රයක් කෙසේ ද යත්, එම වක්‍රයට ස්පර්ශකයේ (x, y) ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයෙන් $x-$අක්ෂයක් අතර කොටසෙහි දිග, ස්පර්ශකයේ $x-$ අන්තඃඛණ්ඩයට සමාන වන පරිදි ය. වක්‍රයේ සමීකරණය යොයා ජ්‍යාමිතික ලෙස එය විවරණය කරන්න.

2. පිළිවෙළින් a හා b දිගින් යුත් A හා B දුම්රිය දෙකක්, සෘජු, සමාන්තර දුම්රිය පිළි මත ගමන් කරයි. ආරම්භයේ දී ($t = 0$ මොහොතේ දී) A හි ඉදිරිපස B හි පිටුපසට යන්නම් පිටුපසින් තිබෙන අතර නිශ්චලතාවේ සිට එක්වර ම A දුම්රිය f ඒකාකාර ඔජ්‍රතාවෙන් ද, B දුම්රිය $f'\ (< f)$ ඒකාකාර ඔජ්‍රතාවෙන් ද ත්වරණය වීමට පටන් ගනියි. $t = t_1$ මොහොතේ දී A හි පිටුපස B හි ඉදිරිපස යන්නම් පසු කරන විට, A දුම්රිය එතෙක් ලබාගත් ප්‍රවේගය නියතව පවත්වා ගැනීම අරඹයි. $t = t_2$ මොහොතේ දී B හි ඉදිරිපස යළිත් A හි පිටුපස වෙත ළඟා වන විට දුම්රිය දෙකම, එතැන් A දුම්රිය f' ඒකාකාර ඔජ්‍රතාවෙන් ද B දුම්රිය f ඒකාකාර ඔජ්‍රතාවෙන් ද මන්දනය වීමට ආරම්භ වෙයි. B හා A දුම්රිය දෙක පිළිවෙලින් $t = t_3$ මොහොතේ දී හා $t = t_4\ (> t_3)$ මොහොතේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. දුම්රිය දෙකේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රවල දළ සටහන් එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ඒ තයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) $t_1^2 = \dfrac{2(a + b)}{f - f'}$,

(ii) $t_2 = \left(\dfrac{2f}{f'} - 1\right) t_1$,

(iii) $t_4 - t_3 = \dfrac{(f - f')^2}{ff'} t_1$

බව පෙන්වන්න.

තවද, ගමන අවසානයේ දී B ට සාපේක්ෂව A ගේ පිහිටීම, $t = t_1$ මොහොතේ දී පිහිටීමම වෙයි නම්,

$$\frac{f}{f'} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක්, u ප්‍රවේගයක් ඇතිව සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කැරෙන්නේ mkv^2 ප්‍රතිරෝධයක් සහිත මාධ්‍යයක් තුළ ය. මෙහි v යනු ප්‍රවේගය ද k යනු නියතයක් ද වේ. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ විට $k = g\left(\frac{\tan\alpha}{u}\right)^2$ ලෙස ගැනීමෙන්,

(i) අංශුව එළැඹෙන උපරිම උස $\frac{1}{k}\log_e \sec\alpha$ බවත්

(ii) අංශුව උපරිම උසට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\frac{\alpha u}{g}\cot\alpha$ බවත්

(iii) අංශුව, එහි ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු ළඟා වන වේගය $u\cos\alpha$ බවත්

පෙන්වන්න.

4. ගුවන් යානයක, නිසල වාතයේ දී වේගය u km h^{-1} වෙයි. පෘථිවියට සාපේක්ෂව එහි ගමන් මඟ වන්නේ පාදයක් d km වූ $ABCDEFA$ සවිට් රූපයකි. $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට v km h^{-1} $(v < u)$ ප්‍රවේගයකින් හමන සෘජු ඒකාකාර සුළඟක් ඇත. රූපයේ පාද හය ඔස්සේ වන ගමන් සියල්ල ම සඳහා ත්‍රිකෝණ (හැකි තම් එකම රූප සටහනක) අඳින්න. ඉංග්‍රීසි අකුරුවල අනුපිළිවෙලින් දක්වෙන අතට ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගුවන් යානයට ගත වන මුළු කාලය, පැය

$$\frac{2d}{u^2 - v^2}\left[u + \sqrt{4u^2 - 3v^2}\right]$$

බව පෙන්වන්න.

සුළඟට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයේ පෙත සංවෘත වක්‍රයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

5. වස්තුවක් නිශ්චලතාවේ සිට සරල රේඛාවක් ඔස්සේ චලනය වන්නේ, ගමන් කළ x දුරෙහි ශ්‍රිතයක් වන $f(x)$ ත්වරණයක් සහිතව ය. $f(x)$ වක්‍රය යට ඇති වර්ගඵලය A නම්, එම දුර ගමන් කිරීමේ දී වස්තුව විසින් ලබා ගන්නා v වේගය, $v = \sqrt{2A}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

ස්කන්ධය 800 kg ක් වන මෝටර් රථයක් නිශ්චලතාවේ සිට ආරම්භ කර සෘජු සමතල පාරක් දිගේ චලනය වෙයි. රථය 400 N ක නියත ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය වන අතර එන්ජිමේ ඇදිල්ල ගමන් කළ දුර සමඟ ඒකාකාර ලෙස වැඩි වන්නේ ආරම්භයේ දී 1200 N කින් පටන් ගෙන, මෝටර් රථය 150 m ක දුරක් ගමන් කළ විට 3600 N තෙක් වැඩි වන පරිදිනි. ත්වරණ-දුර වක්‍රයේ දළ සටහන අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ 150 m ගමන් කළ පසු මෝටර් රථය ලබා ගන්නා වේගය ගණනය කරන්න.

එම තත්ත්ව යටතේ ම, තිරපට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ ක කෝණයකින් ආනත පාරක් දිගේ ඉහළට 150 m ක් ගමන් කිරීමේ දී රථය ලබා ගන්නා වේගය ද සොයන්න.

6. ජල පොම්පයක්, තත්පරයට ජලය 12 kg ක් 7·5 m උසකට ඔසවයි. ජලය පිට වන්නේ 10 m s^{-1} ක වේගයක් ඇති දිය පිහිරක් ලෙස ය. එක් එක් තත්පරයේ දී ජලයට ලබා දෙන යාන්ත්‍රික ශක්තිය සොයන්න. ඒ නයින් පොම්පයෙන් නිපදවන ප්‍රයෝජනවත් ජවය 1·5 kW බව පෙන්වන්න.

තිරපට 30° ක කෝණයක් ඉහළින් වන දිශාවකට දිය පිහිර එල්ල කර තිබේ නම් ජලය නවත් කවර උසක් ලබා ගන්නේ දැයි සොයන්න.

දිය පිහිර එහි ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ දී සිරස් බිත්තියකට හරි කෙළින් ම වැදී එහි දී ජලයේ මුළු ගම්‍යතාවම හානි වෙයි. බිත්තිය මත යෙදෙන බලය ආසන්න වශයෙන් 104 N බව පෙන්වන්න.

7. ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය සහ ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න.

පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m ද M ද වන P, Q අංශු දෙකක්, ස්වාභාවික දිග l ද මාපාංකය λ ද වන ලහු දුන්නක් මගින් ඇඳ, එවා l දුරක පරතරයකින් පිහිටන සේ සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා තිබෙයි. P අංශුව u ප්‍රවේගයෙන් Q දෙසට ප්‍රක්ෂේපණය කරෙයි. t වේලාවේ දී P අංශුව වලනය වූ දුර x ලෙසත් දුන්නේ දිග y ලෙසත් ගෙන ගම්‍යතා සමීකරණයත් ශක්ති සමීකරණයත් ලියා දක්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) දුන්නේ විශාලතම සම්පීඩනය

$$\sqrt{\frac{l m M}{\lambda (m + M)}}\, u$$

බව පෙන්වා, මෙය සිදුවන අවස්ථාවේ දී ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න;

(ii) දුන්න යළි එහි ස්වභාවික දිග තෙක් ප්‍රසාරණය වූ විට P ස්කන්ධයේත් Q ස්කන්ධයේත් ප්‍රවේග පිළිවෙළින්

$$\left(\frac{m - M}{m + M}\right) u \quad \text{ද} \quad \frac{2mu}{m + M} \quad \text{ද}$$

බව පෙන්වන්න.

8. M ස්කන්ධයෙන් ද තිරසට α කෝණයකින් ආනත උඩු මුහුණතකින් ද යුත් සුමට කුප්පයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තිසල ව තිබෙයි. තිරස් ලෙස වැටෙන m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් කුප්පයේ උඩු මුහුණතෙහි වන P ලක්ෂ්‍යයේ ගැටෙයි. ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය u වෙයි. අංශුවත් කුප්පයත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් කුප්පය,

$$V = \frac{mu\ (1 + e)\ \sin\ \alpha\ \cos\ \alpha}{M + m\ \sin^2\ \alpha}$$

ප්‍රවේගයෙන් වලනය වීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වන්න. කුප්පයේ උඩු මුහුණත සැනෙන කරමී දිග නම්, යළින් එම මුහුණතේ ගැටීමට අංශුවට ගත වන කාලය සොයන්න. දෙ වැනි ගැටුමේ Q ලක්ෂ්‍යය,

$$PQ = \frac{2e\,(1 + e)\ (M + m)\ u^2\ \sin\ \alpha}{(M + m\ \sin^2\ \alpha)\ g}$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව අපෝහණය කරන්න.

9. A, B හා C යනු සමාන කුඩා ගෝල තුනකි. $2a$ දිගින් යුත් අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A හා B ද සර්වසම තන්තුවක් මගින් B හා C ද සම්බන්ධ කර තිබෙයි. එවා සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ, A ත් B ත් අතර a දුරක පරතරයකුත් B ත් C ත් අතර ද a දුරක පරතරයකුත් තිබෙන සේ A හා B ගේ කේන්ද්‍ර රේඛාවට ලම්බව B හා C ගේ කේන්ද්‍ර රේඛාව පිහිටන පරිද්දෙනි. C ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් $\overrightarrow{BC}$ දිශාවට ප්‍රක්ෂේපණය කරෙයි. AB නොබුරුල් වූ විහාම A ගෝලයේත් C ගෝලයේත් වේගයන් නිර්ණය කරන්න. මේ මොහොතේ දී B ගේ ප්‍රවේගය, C හි ආරම්භක දිශාව සමඟ $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{5}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට $\frac{2\sqrt{7}u}{13}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, වාලක ශක්තියේ හානික හානිය, BC නොබුරුල් වන විට $\frac{1}{2}$ ක් ද AB නොබුරුල් වන විට $\frac{8}{13}$ ක් ද බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. ස්වාභාවික දිග l ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λ ද වන ලුහු තන්තුවක එක් කෙළවරකට m ස්කන්ධයෙන් යුත් P අංශුවක් ඇඳ ඇති අතර එහි අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර තිබෙයි. l දිගින් යුත් ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m ම වූ Q අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවර P ට ද ගැට ගසා ඇත. ආරම්භයේ දී, සිරස් සරල රේඛාවක OPQ පිහිටන සේ ද OQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වන පරිදි l ස්වාභාවික දිගක් PO ට තිබෙන සේ ද පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ තබා ඉක්බිති එය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. t වේලාවේ දී OP දිග $l + x$ ය. P අංශුවක් Q අංශුවක් සඳහා වලින සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒ නයින්

$$\ddot{x} + \omega^2\left(x - \frac{g}{\omega^2}\right) = 0$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \dfrac{\lambda}{2ml}$.

t වේලාවේ දී P අංශුවේ පිහිටීම, $x = \dfrac{g}{\omega^2} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$

යන්නෙන් දෙනු ලැබෙයි නම්, A හා B නියතවල අගයයන් නිර්ණය කරන්න.

ඒ නයින් (i) පසුව එළැබෙන වලිතයේ දී OP තන්තුවේ දිග කිසි විටෙක l ට අඩු නොවන බව ද

(ii) PQ තන්තුවේ ආතතිය $2mg\sin^2\dfrac{\omega t}{2}$ බව ද

පෙන්වන්න.

ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ උපරිම විතතිය $2l$ නම් λ හි අගය සොයා පළමු වැනි වරට උපරිම විතතිය ලබා ගන්නා වේලාව $\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ බවත් පෙන්වන්න.

11. m ස්කන්ධයෙන් යුත් කුඩා P මුදුවකට, සිරස් තලයක සවි කර තිබෙන කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වන සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක සර්පණය වීමට නිදහස ඇත. කම්බියේ ඉහළම A ලක්ෂ්‍යයට මුදුව ඇඳ, ඇත්තේ ස්වාභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගිනි. මුදුව, කම්බියේ පහළම B ලක්ෂ්‍යයේ තබා කම්බියට ස්පර්ශක දිශාවකට u $(> \sqrt{2ga})$ සිරස් ප්‍රවේගයක් එයට දෙනු ලැබෙයි. t වේලාවේ දී $\widehat{BOP} = \theta$ ලෙස ගෙන ස්පර්ශක දිශාව ඔස්සේ අංශුව සඳහා වලින සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $0 \le \theta \le \dfrac{2\pi}{3}$ විට

$$a^2\dot{\theta}^2 = u^2 - 4ga\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

තවද, $u \le \sqrt{3ga}$ වෙයි නම්, මුදුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පත් වන්නේ OP රේඛාව උඩු සිරස සමඟ $\cos^{-1}\left(\dfrac{u^2 - ga}{2ga}\right)$ කෝණයක් සාදමින් බවත් පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය M ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක, එහි තලයට ලම්බ තැටියේ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\dfrac{1}{2}Ma^2$ බව සාධනය කරන්න.

ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක ආකාරයෙන් ඇති ස්කන්ධය M ද අරය a ද වන කප්පියක් වටා යන l දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට m සහ $m'(<m)$ ස්කන්ධ ඇඳ තිබෙයි. කප්පියේ අක්ෂය සිරස් වන අතර එය ඝර්ෂණය නොමැති ව භ්‍රමණය වෙයි. තන්තුව ලිස්සීම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් කප්පිය රළු ය. ආරම්භයේ දී ස්කන්ධ සිරස් ලෙස එල්ලෙයි. ස්කන්ධ නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හළ විට, කප්පියේ කෝණික ත්වරණය

$$\frac{2(m - m')g}{a(M + 2m + 2m')}$$

බව සාධනය කරන්න. තන්තුවේ කොටස් දෙකෙහි ආතතිවල අනුපාතය සොයන්න.

ආරම්භයේ දී, m ස්කන්ධය, තැටියේ සිරස් විෂ්කම්භයේ එක කෙළවරක් ස්පර්ශ වෙමින් තිබෙයි නම්, මෙම වලිතය පවතින්නේ

$$\sqrt{\frac{(l - \pi a)(M + 2m + 2m')}{(m - m')g}}$$

කාලයක් සඳහා බව ද සාධනය කරන්න.