සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
[முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

15891

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1995 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1995 ஒகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1995

ශුද්ධ ගණිතය I
தூய கணிதம் I
PURE MATHEMATICS I

01
S | I

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (i) $\frac{1}{1\cdot3\cdot5} + \frac{1}{2\cdot4\cdot6} + \frac{1}{3\cdot5\cdot7} + \cdots$

ශ්‍රේණියේ r වෙනි පදය u_r ද

$$f(r) = \frac{-1}{4(r+2)(r+4)} \quad \text{ද නම්}$$

$f(r) - f(r-2) = u_r$ බව පෙන්වන්න.

ඒ තයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} u_r$ සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r = \frac{11}{96}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) n නම් ඕනෑම සෘණ නොවූ නිඛිලයක් සඳහා $n^7 - n$ යන්න 7 න් බෙදිය හැකි බව, ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදාගනිමින් සාධනය කරන්න. සෘණ නිඛිල සඳහා ප්‍රතිඵලය අපෝහනය කරන්න. $n^7 - n$ සාධකවලට වෙන් කිරීමෙන් n නම් ඕනෑම නිඛිලයක් සඳහා එය 3 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

n නම් ඕනෑම ඔත්තේ නිඛිලයක් සඳහා $n^7 - n$ යන්න 168 න් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න.

2. (i) $7 - x \geq 2\left|x^2 - 4\right|$ තෘප්ත කරන්නා වූ x හි අගයන් සොයන්න.

(ii) ඕනෑම ධන x සඳහා

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

a, b හා c යනු ධන සංඛ්‍යා වේ.

ඉහත ප්‍රතිඵලය උපයෝගී කර ගනිමින්

$(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ බව පෙන්වන්න.

$a + b + c = 1$ නම් $2 - a$, $2 - b$ හා $2 - c$ ධන බව පෙන්වා

$\frac{a}{2-a} + \frac{b}{2-b} + \frac{c}{2-c} \geq \frac{3}{5}$ බව අපෝහනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. (i) $2x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 8y + 15 = 0$ නම් $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ හා $1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ අතර x පැවතිය නොහැකි බව ද 1 හා 3 අතර y පැවතිය නොහැකි බව ද පෙන්වන්න; මෙහි x හා y තාත්ත්වික වේ.

(ii) $(a + b)$ යනු $x^3 - 3abx - (a^3 + b^3) = 0$ සමීකරණයේ මූලයක් බව සත්‍යාපනය කරන්න.

a හා b $(a \neq b)$ තාත්ත්වික නම් ඉහත සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල එකක් පමණක් ඇති බව සාධනය කරන්න.

$x^3 - 6x - 6 = 0$ සමීකරණය ඉහත ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර, එයට ඇත්තේ තාත්ත්වික මූල එකක් පමණක් යැයි දී ඇත් නම්, එම මූලය සොයන්න.

4. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

k නිඛිලයක් විට, $p = \cos(6k + 1)\frac{\pi}{9} + i \sin(6k + 1)\frac{\pi}{9}$ නම්,

(a) $p^3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

සහ (b) $\bar{p}^3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$

බව පෙන්වන්න: $\bar{p}$ යනු p හි සංකීර්ණ ප්‍රතිඵලය යි.

$z^6 - 8z^3 + 64 = 0$ සපුරාලන z^3 හි අගය දෙක සොයා, ඒ නයින් එම සමීකරණයේ ප්‍රතින්න මූල හය නිර්ණය කරන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $x^2 - ax \cos\phi + b$ ආකාරයේ වූ තාත්ත්වික වර්ගජ සාධක තුනක ගුණිතය ලෙස $x^6 - 8x^3 + 64$ ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි a, b, ϕ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

5. z_1 සහ z_2 යනු දී ඇති සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකකි. $z_2 - z_1$ සහ $\frac{z_2}{z_1}$ ආගන්ඩ් සටහනෙහි නිරූපණය කරන ආකාරය පෙන්වන්න.

$z_0 = \cos\frac{\pi}{7} + i \sin\frac{\pi}{7}$ ද z_0, z_0^3, z_0^9 සංඛ්‍යා පිළිවෙළින් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවලින් නිරූපණය වන්නේ ද නම් PQR ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද බව පෙන්වා එහි කෝණ සොයන්න.

$z_1 = \omega z_0$, $z_2 = \omega z_0^3$ සහ $z_3 = \omega z_0^9$; මෙහි $\omega = \cos\frac{3\pi}{14} + i \sin\frac{3\pi}{14}$.

$$\text{විස්} \left(\frac{z_2 - z_1}{z_2 - z_3}\right) = \frac{3\pi}{7}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

6. (i) වරකට අක්ෂර සියල්ල ම ගනිමින් *KANAKARAYANKULAM* යන වචනයෙහි අක්ෂර දහයෙන්ම සෑදිය හැකි විවිධ සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න. (උත්තරය සුළු කිරීම අනවශ්‍යයි.)

ඉහත වචනයෙන් (A, U) ස්වරාක්ෂර අක්ෂර වරකට අක්ෂර තනර බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංයෝජන ගණන 41 ක් බව පෙන්වන්න.

(ii) ගැහැණු ළමුන් දෙදෙනකු එක ළඟ නොසිටින පරිදි, පිරිමි ළමුන් හය දෙනකු සහ ගැහැණු ළමුන් තනර දෙනකු, කී ආකාරයකින් වෘත්තාකාරව පිළියෙල කළ හැකි ද?

7. n ධන නිඛිලයක් විට, $(1+x)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ඉහත ප්‍රසාරණය යොද, **විකීය ක්‍රමයකින්**

$$^nC_0 + 2.\ ^nC_1x + 3.\ ^nC_2x^2 + \ldots + (n+1).\ ^nC_nx^n$$

යන්න, $[1+(n+1)x]\ (1+x)^{n-1}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න; මෙහි ^nC_r ට එහි සුපුරුදු අර්ථය ඇත.

(i) $[1+(n+1)x]\ (1+x)^{2n-1}$ ප්‍රසාරණය කිරීමෙන් හා x^n හි සංගුණකය සැලකීමෙන්,

$$(^nC_0)^2 + 2.\ (^nC_1)^2 + 3.\ (^nC_2)^2 + \ldots + (n+1).\ (^nC_n)^2$$

ශ්‍රේණියේ ඓකෳය, $\dfrac{(n+2)\ (2n-1)\,!}{n\,!\,(n-1)\,!}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න; n යනු ධන නිඛිලයකි.

(ii) n ඉරට්ටේ නම්,

$$^nC_0 + 3.\ ^nC_2 + 5.\ ^nC_4 + \ldots + (n+1).\ ^nC_n$$

ශ්‍රේණියේ ඓකෳය සොයන්න.

8. (i) ව්‍යුත්පන්නයෙහි අර්ථ දැක්වීමෙන් පටන් ගෙන,

$$y = -\cot x - x$$

ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

(ii) y යනු x හි ශ්‍රිතයක් වන අතර, එවා

$$x\,\frac{dy}{dx} = 3\ (y^2x^6 - y + 4)$$

යන්නෙන් සම්බන්ධ වී ඇත.

(a) $y = \dfrac{2}{x^3}\ \tan\ (2x^3 - \alpha)$ යන්න ඉහත සම්බන්ධය සපුරාලන බව, සාදු ආදේශයෙන් පෙන්වන්න; මෙහි α නියතයකි.

(b) එම සම්බන්ධය

$$\frac{dv}{dx} = 3x^2(4 + v^2)$$

යන්නට ඌනනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $v = x^3y$.

(iii) $x = 2t^3 + 1$ සහ $y = 4t^4 - 1$ නම්,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 0$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න

9. (i) $\int \frac{5x+3}{(x-1)\ (x+1)^2}\ dx$ සොයන්න.

(ii) $x+1=\frac{1}{t}$ ආදේශයෙන්, $\int_1^3 \frac{dx}{(x+1)\ (4x-3-x^2)^{\frac{1}{2}}} = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{dt}{\{(4t-1)\ (1-2t)\}^{\frac{1}{2}}}$ බව පෙන්වන්න.

$t=\frac{1}{4}\cos^2\theta+\frac{1}{2}\sin^2\theta$ යෙදීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, අනුකලයේ අගය $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5\theta\cos^4\theta\ d\theta = \frac{8}{315}$ බව පෙන්වන්න.

10. (a) ආසන්න අනුකලනය සඳහා සිම්සන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

කෝටිස 5 ක් සලකමින්, $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ මගින් π ට ආසන්න අගයක් සෙවීමට සිම්සන් නීතිය උපයෝගී කර ගන්න.

(b) $f(x)=e^{\sin^{-1}x}$ නම්

$(1-x^2)\ f^{(2)}(x)-x\ f^{(1)}(x)=f(x)$ බව ද

$(1-x^2)\ f^{(3)}(x)-3x\ f^{(2)}(x)=2\ f^{(1)}(x)$ බව ද

පෙන්වන්න. මෙහි $f^{(r)}(x)=\frac{d^r}{dx^r}f(x)$.

ගණිත අභ්‍යුගත මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ r නම් ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා

$(1-x^2)\ f^{(r+2)}(x)-(2r+1)\ x\ f^{(r+1)}(x)=(1+r^2)\ f^{(r)}(x)$ බව සාධනය කරන්න.

$e^{\sin^{-1}x}$ හි මැක්ලෝරින් ප්‍රසාරණය

$$1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{2x^3}{3!}+\frac{5x^4}{4!}+\cdots$$

බව පෙන්වන්න.

11. (i) $x=2\ (1+\sin\theta)$ හා $y=2\cos 2\theta$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\theta\ \left(\neq \frac{n\pi}{2}\right.$; මෙහි n යනු ඔත්තේ නිඛිලයකි.$\left.\right)$ පරාමිතිය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබාගන්න.

වක්‍රයේ දළ කවු සටහනක් අඳින්න. $\theta=-\frac{\pi}{2}$ සහ $\theta=\frac{\pi}{2}$ දී ස්පර්ශක ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

(ii) $x=2+t$ හා $y=2-t^2$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් C' වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ; මෙහි $-\infty<t<\infty$ වේ. වක්‍රයේ දළ කවු සටහනක් අඳින්න.

ඉහත (i) හි සහ (ii) හි ඇති C, C' වක්‍ර එක එකෙහි සමීකරණවල කාටීසියානු ආකාර එකම බව පෙන්වන්න. වක්‍ර දෙක වෙනස් මන් දයි පැහැදිලි කරන්න.

12. පිළිවෙළින් $y^2=x$ හා $y=2-x^2$ සමීකරණ මගින් දෙනු ලබන C_1 හා C_2 වක්‍රයන්හි කවු සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර දෙක හා $y=2$ සරල රේඛාව මගින් සපර්යන්ත S පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

S පෙදෙස $4x+1=0$ රේඛාව වටා සෘජුකෝණ ඝනකයකින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන පරිමාව සොයන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

15891

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1995 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1995 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1995

ශුද්ධ ගණිතය II
தூய கணிதம் II
Pure Mathematics II

01
S II

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. මෙනලාඕස් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශකරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයකි. D, E, F යනු, $\frac{BD}{DC} = \lambda$, $\frac{CE}{EA} = \mu$ සහ $\frac{AF}{FB} = \upsilon$ වන පරිදි පිළිවෙළින් BC, CA, AB පාද මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ; මෙහි λ, μ, υ ධන නියත වේ. X, Y, Z යනු පිළිවෙළින් BE සහ CF, AD සහ CF, BE සහ AD රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය වේ.

AFC ත්‍රිකෝණය සහ BE රේඛාව සැලකීමෙන්,

$$\frac{CX}{CF} = \frac{\mu(1+\upsilon)}{1+\mu(1+\upsilon)}$$

බව සාධනය කරන්න.

කවද, $\frac{\Delta BXC}{\Delta ABC} = \frac{\mu}{1+\mu(1+\upsilon)}$ බව ද සාධනය කරන්න.

$$\frac{\Delta XYZ}{\Delta ABC} = \left[1 - \frac{\lambda}{1+\lambda(1+\mu)} - \frac{\mu}{1+\mu(1+\upsilon)} - \frac{\upsilon}{1+\upsilon(1+\lambda)}\right]$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, සේවා ප්‍රමේයයේ විලෝමය සාධනය කරන්න.

2. (i) $OABCD$ පිරමිඩයක ආධාරකය $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් වේ; මෙහි $AB = 2a$, $BC = 4a$ සහ $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ද වේ. OAB මුහුණත සමපාද වන අතර එය ආධාරකයට ලම්බ වේ. E සහ F යනු පිළිවෙළින් AB සහ AO දාරවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. OE සහ DF අතර කෝණය $\tan^{-1}(\sqrt{19})$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $XYZWV$ පිරමිඩයේ $XYZW$ ආධාරකය සමචතුරස්‍රයකි. VXY සහ VYZ මුහුණත් ආධාරකයේ තලයට ලම්බ වේ. VXW හා VZW යන ඉතිරි මුහුණත් දෙක ආධාරකය සමඟ සමාන α කෝණ සාදයි. VXW හා VZW මුහුණත් දෙක අතර ද්විතල කෝණය $\cos^{-1}(-\cos^2\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

3. $l_1 \equiv ax + by + c = 0$ සහ $l_2 \equiv a'x + b'y + c' = 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමීකරණය

$ax + by + c + \lambda(a'x + b'y + c') = 0$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි λ නියතයකි.

$l_3 \equiv lx + my + n = 0$ විචල්‍ය රේඛාව l_1 සහ l_2 රේඛා පිළිවෙළින් A හි දී හා B හි දී ඡේදනය කරයි. c, c' දෙකම නිශ්ශූන්‍ය වන අතර ඔන්විධාංක මූල O ය.

OA රේඛාව OB ට ලම්බ නම් $(aa' + bb')n^2 - (ac' + ca')ln - (bc' + cb')mn + (l^2 + m^2)cc' = 0$ බව පෙන්වන්න;

P යනු O සිට $lx + my + n = 0$ රේඛාවට ඇඳි ලම්බයේ අඩියයි. ඉහත දක්වෙන අවශ්‍යතාව සපුරාලයි නම්, l_3 රේඛාව විචලනය වන්නේ P හි පථය, වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න.

l_1 සහ l_2 රේඛා එකිනෙකට ලම්බ නම්, එම පථයට කුමක් වේ ද?

[අ පිට බලන්න.

4. (i) ඒකක අරයෙන් යුත්, කේන්ද්‍ර P, Q වූ වෘත්ත දෙකක් A, B ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වන්නේ ඒකක කේන්ද්‍රය අන්තර්ගත පරිධිය මත පිහිටන සේ ය. $A\hat{P}B$ කෝණය නිර්ණය කර, වෘත්ත දෙකටම පොදු K පෙදෙසේ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

PQ හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යය O මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස ද PQ රේඛාව x අක්ෂය ලෙසද y අක්ෂය ලෙස AB ද ගනිමින්, R හි පිහිටි $X(x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක x, y ඛණ්ඩාංක සපුරාලිය යුතු අසමානතා කුලකයක් ලියන්න.

(ii) p සහ α යනු $p > 0$ සහ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ පරිදි වූ නියත වේ. කාටීසියානු ආකාරයට නොහරවා, $r = \dfrac{p}{\cos\theta \sin\alpha - \sin\theta \cos\alpha}$ ධ්‍රැවික සමීකරණය l සරල රේඛාවක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න.

තවද, ධ්‍රැවික සමීකරණය $r = 2\cos\theta$ වන C වෘත්තයේ දළ සටහනක් ඇඳ C සහ l තාත්ත්වික ලක්ෂ්‍යවලදී ඡේදනය වීම සඳහා p සහ α අඩංගු අවශ්‍යතාවක් ලබාගන්න.

5. $ax + by = 1$ සරල රේඛාව P_1, P_2 ලක්ෂ්‍යවල දී $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය හමුවේ. O යනු ඛණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යය යි. OP_1 හිත් OP_2 හිත් සමීකරණ පිළිවෙළින් $y = m_1x$ සහ $y = m_2x$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න; මෙහි m_1, m_2 යනු

$$(1 + 2fb + cb^2)\,m^2 + (2gb + 2fa + 2abc)\,m + ca^2 + 2ag + 1 = 0$$

වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ.
මේ වෘත්තය, මූල ලක්ෂ්‍යය O හරහා යයි නම්

(i) O ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ C කේන්ද්‍රයට යාකරන රේඛාව

$$y = \frac{a(m_1 + m_2) - b(1 - m_1m_2)}{b(m_1 + m_2) + a(1 - m_1m_2)}\,x$$

බව පෙන්වන්න.

(ii) f, g, a, b ඇසුරෙන් $(y - m_1x)(y - m_2x)$ සාධකයක් ලියන්න.

ඒ නයින්, OP_1 හෝ OP_2 යන කවර රේඛාවක් මත පිහිටි ඕනෑම $P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක

$$(1 + 2fb)\,y^2 + (2gb + 2fa)\,xy + (2ga + 1)\,x^2 = 0$$

සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

6. $P(at^2, 2at)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $y^2 = 4ax$ පරාවලයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය

$$y + tx = 2at + at^3$$

බව සාධනය කරන්න.

Q යනු $(aq^2, 2aq)$ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $q^2 > 8$ නම්, සියල්ලම Q හරහා යනසේ, පරාවලයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න අභිලම්බ තුනක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න.

A සහ B යනු, එම ලක්ෂ්‍යවල අභිලම්බ Q හරහා යන සේ පරාවලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද D යනු CQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වේ. Q විචලනය වන්නේ

(a) D හි පථය පරාවලයක කොටසක් බව ද

(b) $(-2a, 0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා AB යන බව ද

පෙන්වන්න.

7. P සහ Q වනාහි විකේන්ද්‍රික කෝණ පිළිවෙළින් θ සහ ϕ වූ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ඉලිප්සය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. P හි දී සහ Q හි දී ඉලිප්සයට ඇඳි ස්පර්ශකවල T ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ඉලිප්සය අන්තර්ගත වන සේ සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය කර ඇත්තේ, P සහ Q හි ස්පර්ශක සමාන්තරාස්‍රයේ බද්ධ පාද වන පරිදි ය. සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ඡේදනය වන බව පෙන්වා, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $4ab\,|\mathrm{cosec}\,(\theta - \phi)|$ බව සාධනය කරන්න.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය නියතව පවතින සේ P සහ Q ලක්ෂ්‍ය විචලනය වේ නම්, T හි පථය සොයන්න.

8. (a) $(a \sec\theta, b \tan\theta)$ ලක්ෂ්‍යය $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ බහුවලය මත පිහිටන බව ද

(b) එම බහුවලය මත ඕනෑම (x, y) ලක්ෂ්‍යයක් $x = a \sec\theta$, $y = b \tan\theta$ යන්නෙන් θ පරාමිතියක් මගින් නිරූපණය කළ හැකි බව ද පෙන්වා, එම පරාමිතිය මගින් සම්පූර්ණ බහුවලය විස්තර කිරීම සඳහා, θ හි කුඩාම පරාසයක් දෙන්න.

බහුවලය මත ලක්ෂ්‍යයකදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

දී ඇති ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන සේ, සාධාරණ විශයෙන්, බහුවලයට ස්පර්ශක දෙකක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා, එම ස්පර්ශක එකිනෙකට ලම්බ වීම සඳහා අවශ්‍යතාවක් සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, බහුවලයට ඇඳි ලම්බ ස්පර්ශකවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයන්හි පථය, $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$ වෘත්තය බව පෙන්වන්න.

බහුවලයක විකේන්ද්‍රිකතාව $\sqrt{2}$ ට වඩා වැඩිනම් කාන්ත්‍රික ස්පර්ශක දෙකක් එකිනෙකට ලම්බ විය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න.

9. (i) සුපුරුදු අංකනයකින්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

බව සාධනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක, කුඩාම කෝණය A ද විශාලතම කෝණය C ද වන අතර $C = \frac{\pi}{2} + A$. පොදු අන්තරය d වන සමාන්තර ශ්‍රේණියක a, b, c පාද පිහිටයි.

$$\sin A = \frac{a}{\{2a^2 + 4ad + 4d^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

බව පෙන්වා $\cos A$ සහ $\cos 2A$ සඳහා අනුරූප ප්‍රකාශන ලබාගන්න.

$\frac{a}{d} = \sqrt{7} - 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) ABC ත්‍රිකෝණයකි. O සහ H පිළිවෙළින් එහි පරිකේන්ද්‍රය සහ ලම්බකේන්ද්‍රය වේ. OH රේඛාව BC ට

$$\tan^{-1}\left(\frac{3 - \tan B \tan C}{\tan B - \tan C}\right)$$

කෝණයකින් ආනත වන බව පෙන්වන්න.

10. x සඳහා විසඳන්න :

(i) $3\cos x - 4\sin x = 5\sin kx$; මෙහි k නියතයකි.

(ii) $4 - 4(\cos x - \sin x) - \sin 2x = 0$.

(iii) $\cos^{-1} x - \sin^{-1} x = \frac{\pi}{6}$; මෙහි $0 \leq \cos^{-1} x \leq \pi$ සහ $-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x \leq \frac{\pi}{2}$.

[අනෙක් පිට බලන්න.

11. (i) සුළඟ කටයුතුවල යෙදෙන සංගමයක්, එක්තරා ගමක සිටින වයස අවුරුදු හැටකට වැඩි අයට මාසික දීමනාවක් ගෙවීමට තීරණය කරයි. දීමනා ක්‍රමය පහත දක්වේ.

වයස් කාණ්ඩය (අවුරුදුවලින්)	මාසික දීමනාව (රුපියල්වලින්)
60 – 65	80.00
65 – 70	85.00
70 – 75	90.00
75 – 80	95.00
80 – 85	100.00

ඉහතකී දීමනාවට සුදුසුකම් ඇති 25 දෙනෙක් එම ගමෙහි සිටිති. ඔවුන්ගේ වයස අවුරුදුවලින් මතු දක්වේ.

74	62	84	72	61	83	72	81	63	71	63	61	61
67	74	66	64	79	73	78	76	69	68	78	67	

ගෙවියයුතු මධ්‍යක මාසික දීමනාව සහ ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

(ii) කිසියම් පන්තියක ශිෂ්‍යයන් 80 කගේ X උසෙහි ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 135·3 cm සහ 9·6 cm වේ. $Y = \frac{X - a}{b}$ ආකාරයේ සුදුසු පරිණාමනයකින් X පරිණාමනය කළ විට, ශිෂ්‍යයන්ගේ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දක්වේ; මෙහි a සහ b නියතයන්ය.

Y හි අගය	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
සංඛ්‍යාතය	2	5	8	18	22	13	8	4

නථ්‍ය පන්ති ප්‍රාන්තර ගණනය කරන්න.

12. (i) එක්තරා නගරයක A, B, C නම් ප්‍රවෘත්ති පත්‍ර තුනක් ප්‍රසිද්ධ කරනු ලැබේ. වැසියන්ගෙන් 20% ක් A ද 16% ක් B ද 14% ක් C ද 8% ක් A සහ B ද 6% ක් A සහ C ද 4% ක් B සහ C ද 2% ක් පත්‍ර තුනම ද කියවන බව සමීක්ෂණයකින් නිමාණය වේ.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් කෙනෙකු

(a) එකම පත්‍රයක්වත් නොකියවීමේ
(b) C නොකියවීමේ
(c) A කියවන නමුත් B නොකියවීමේ
(d) අඩුවශයෙන් පත්‍ර දෙකක්වත් කියැවීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) කිසියම් වර්ගයක එක් ශාකයක සිටින කෘමීන් සංඛ්‍යාව දක්වන X සසම්භාවී විචල්‍යය පහත දක්වෙන සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ගනී.

$X = x$	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0·10	1·8a	0·20	0·20	a^2	0·10

(a) වෙනත් අගයක් X නොගනී යැයි උපකල්පනය කර a සඳහා පිළිගත හැකි අගය ගණනය කරන්න.
(b) X හි මධ්‍යන්‍යය සහ විචලනාව සොයන්න.
(c) පසම්භාවී ලෙස තෝරා ගත්, ඉහතකී වර්ගයේ ශාක 10 ක ගොවසින් කෘමීන් නොමැති ශාක ගණන Y සසම්භාවී විචල්‍යයෙන් දක්වේ. Y හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සොයන්න. ඒ නයින්, Y හි මධ්‍යන්‍යය ද විචලනාව ද සොයන්න.