15533

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1995 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1995 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1995

ව්‍යවහාරික ගණිතය I
பிரயோக கணிதம் I
APPLIED MATHEMATICS I

02
S I

පැ තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. P, Q, R හා S යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OP} = \mathbf{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \mathbf{q}$, $\overrightarrow{OR} = \mathbf{r}$ හා $\overrightarrow{OS} = \mathbf{s}$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය වේ. P, Q, R, S ඒකරේඛීය වෙයි නම්

$$\mathbf{r} = (1-\alpha)\mathbf{p} + \alpha\mathbf{q} \quad \text{ද}$$

$$\mathbf{s} = (1-\beta)\mathbf{p} + \beta\mathbf{q} \quad \text{ද}$$

වන පරිදි α හා β යන නිශ්-ශූන්‍ය සංඛ්‍යා දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න.

P, Q, R, S ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් $ABCD$ තල චතුරස්‍රයේ DA, AB, CD හා BC පාද මත පිහිටන්නේ $\overrightarrow{DP} = \gamma\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{AQ} = \lambda\overrightarrow{QB}$, $\overrightarrow{CR} = \upsilon\overrightarrow{RD}$, $\overrightarrow{BS} = \mu\overrightarrow{SC}$ වන පරිදි ය. මෙහි $\lambda\mu\upsilon\gamma \neq 0$ වේ. $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{c}$ හා $\overrightarrow{AD} = \mathbf{d}$, නම්, මූල ලක්ෂ්‍යය A ලෙස ගෙන එය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R, S ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, $\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \lambda, \mu, \upsilon, \gamma$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, P, Q, R, S පරල රේඛාවක් මත පිහිටයි නම්, $\lambda\mu\upsilon\gamma = 1$ බව පෙන්වන්න.

2. $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ යනු ඕනෑම නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික තුනක් යැයි සිතමු. $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}.\mathbf{b}$ අදිශ ගුණිතය ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. ඒ නයින්,

$$\mathbf{a}.(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a}.\mathbf{b} + \mathbf{a}.\mathbf{c}$$

බව සාධනය කරන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ද යැයි සිතමු. $OA > OB$ යැයි සිතමු. L හා M යනු පිළිවෙළින්,

$$\overrightarrow{OL} = \mathbf{l} = \lambda\mathbf{a} + (1-\lambda)\mathbf{b} \quad \text{ද}$$

$$\overrightarrow{OM} = \mathbf{m} = \mu\mathbf{a} + (1-\mu)\mathbf{b} \quad \text{ද}$$

යන පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍ය යි. OL හා OM රේඛා මගින් පිළිවෙළින් අභ්‍යන්තර ලෙසත් බාහිර ලෙසත් AOB කෝණය සමච්ඡේදනය වන පරිදි λ හි හා μ හි අගය, අදිශ ගුණිත උපයෝගී කර ගෙන, $a = |\mathbf{a}|$ හා $b = |\mathbf{b}|$ ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න.

(i) $\frac{AL}{LB} = -\frac{AM}{MB} = \frac{OA}{OB}$ බවත්

(ii) $\overrightarrow{LM} = \frac{2ab}{a^2-b^2}(\mathbf{b}-\mathbf{a})$ බවත්

අපෝහනය කරන්න.

3. (i) $OABC$ යනු චතුස්තලයකි. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ හා $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$ වේ. $\mathbf{s}_1$, $\mathbf{s}_2$, $\mathbf{s}_3$ හා $\mathbf{s}_4$ යනු පිළිවෙළින් OAB, OBC, OCA හා ABC මුහුණතවල වර්ගඵලවලට සමාන විශාලත්ව ඇති දෛශික යැයි ද ඒවා පිළිවෙළින් මුහුණතවලට ලම්බ ලෙස පිටි අතට එල්ල වී ඇතැයි ද පිතමු.

$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. $\dfrac{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|}{|\mathbf{s}_1|} + \dfrac{|\mathbf{b} \times \mathbf{c}|}{|\mathbf{s}_2|} + \dfrac{|\mathbf{c} \times \mathbf{a}|}{|\mathbf{s}_3|}$ සොයන්න.

තව ද, $\sum_{i=1}^{4} \mathbf{s}_i$ සොයන්න.

(ii) $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ යනු $Oxyz$ සුරන් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක පිළිවෙළින් Ox, Oy හා Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි.

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k} \quad ,\quad \mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k} \quad ,\quad \mathbf{c} = c_1\mathbf{j} + c_2\mathbf{k} \quad ,$$

යැයි සිතමු; මෙහි $b_1 \neq 0$ වේ. $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$ සොයා, ඒ නයින්,

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (c_1 + c_2)\,\mathbf{b} - (b_1 + b_2 + b_3)\,\mathbf{c}$$

බව සාධනය කරන්න.

තව ද, $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = 2\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$ සහ $|\mathbf{c}| = \sqrt{2}$ බව දී තිබෙන විට $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ දෛශිකවල සංරචක සොයන්න.

4. දෘඩ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල කුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතව තබා ගනියි නම් එක්කෝ ඒවා ලක්ෂ්‍යයෙක දී හමු විය යුතු බව නැතහොත් සමාන්තර විය යුතු බව පෙන්වන්න.

බර W ද අරය r ද වූ ඒකාකාර සුමට අර්ධගෝලීය පාත්‍රයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව තිබෙයි. $2l$ දිගින් හා W බරින් යුත් ඒකාකාර දණ්ඩක් නිසලව පවතින්නේ එහි කොටසක් පාත්‍රය ඇතුලේ පිහිටන පරිදි ය. තිරසට අර්ධගෝලයේ ආධාරකයේ ආනතිය $\frac{\pi}{6}$ වෙයි. තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය $\theta \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ද පාත්‍රයේ ගැටියේ දී ප්‍රතික්‍රියාව R ද නම්, ජ්‍යාමිතික ලෙස හෝ අන් අයුරකින් හෝ

(i) $\theta = \frac{1}{2}\left[\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{\pi}{6}\right]$ බවත්

(ii) $l = \frac{1}{2} r \sec\theta$ බවත්

(iii) $R = \dfrac{W}{(8 + \sqrt{3} - \sqrt{15})^{\frac{1}{2}}}$ බවත්

සාධනය කරන්න.

5. යුග්මක සූර්ණය අර්ථ දක්වන්න. G_1, G_2 සූර්ණ සහිත ඒකතල යුග්ම දෙකෙක සම්ප්‍රයුක්තයක් යුග්මයක් බව පෙන්වා එහි සූර්ණය සොයන්න.

සෘජුකෝණාස්‍ර ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන්, $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ වූ, (x_i, y_i) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරන (X_i, Y_i) ඒකතල බලපද්ධතියක් එක්කෝ (X, Y) නම් බලයකට හෝ G යුග්මයකට හෝ උභතෝකය වන බවත් නැති නම් සමතුලිතතාවෙන් පවතින බවත් පෙන්වන්න.

මෙහි පළමු වැනි අවස්ථාවේ දී බල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

මිනුම් ලක්ෂ්‍ය කුනක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක සූර්ණ එක එකක් ශූන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පිහිටන බව අනුගමනය වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

6. එක එකක් W බරින් යුත් සමාන ඒකාකාර AB, AC දඬු දෙකක් A හි දී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඒවායේ B සහ C දෙකෙළවර ලුහු තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර සිටෙයි. B හා C සමමිතික ලෙස තිරස්වලතාවේ පිහිටා ඇත්තේ එක එකක් තිරසට $\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වූ ද එක සමාන රළු වූ ද ආනත තල දෙකක් මත ය. ආනත තලවල බැවුම් එකක් අනිකට මුහුණ ලා ඇති අතර දඬුවල තලය සිරස් ය. BAC කෝණය 2θ ද B හා C දෙකෙළවරේ දී ම ඝර්ෂණ කෝණය β ද විට දඬු සීමාකාරී සමතුලිතතාවෙන් පවතියි. තන්තුවේ T ආතතිය

$$T = \frac{1}{2} W \tan \theta + W \tan (\beta - \alpha)$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

A සන්ධියේ දීත් B කෙළවරේ දීත් AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. තව ද

$$\frac{BP}{AB} = \frac{\cos \theta}{\cos (\alpha - \beta)}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි P යනු එම ප්‍රතික්‍රියා දෙකේ ක්‍රියාරේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය යි.

7. අරය r වූ සිහින් ඒකාකාර අර්ධගෝලීය කබොළක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරෙකින් හෝ a අරයෙන් යුත් සහ ඒකාකාර අර්ධගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරෙකින් එහි සමමිති අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

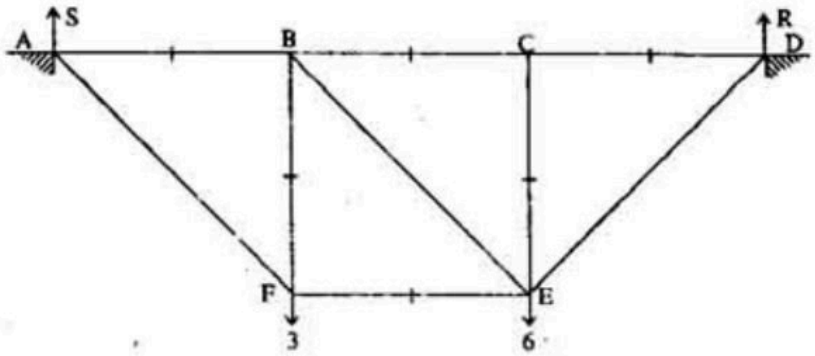
සංඝන බදුනක්, සිහින් ඒකාකාර අර්ධගෝලීය කබොළකින් හා එම සිහින් ඒකාකාර ද්‍රව්‍යයෙන් ම කැනූ තල වැන්න ආධාරකයකින් සමන්විත වෙයි. මේ එක් එක් කොටසේ අරය a ට සමාන ය. බදුන සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයෙන් පුරවා දාරයෙහි වූ ලක්ෂ්‍යයෙකින් එල්ලූ විට, එහි ආධාරකය යටිඅත් සිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සමතුලිතතාවේ පවතියි. කබොළ කනා ඇති ද්‍රව්‍යයේ විශිෂ්ට ගුරුත්වය කුමක් වුවද

$$\frac{1}{3} < \tan \theta < \frac{3}{8}$$

බව පෙන්වන්න.

බදුනේ බරේත් ජලයේ බරේත් අනුපාතය θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

8. A හි දීත් D හි දීත් නිදහස් ලෙස ආධාරක මත පිහිටි පාලමක ගේඩරයක් රූපයෙන් නිරූපණය කැරෙයි. මේ රාමුසැකිල්ල සමන්විත වන්නේ ලුහු දඬු නවයකිනි. ඒවා අතුරෙන් හයක්, එනම් AB, BC, CD, BF, CE හා FE දඬු එක එකක් 1 m දිග වන අතර අනෙක් දඬු තුන, එනම් AF, BE, ED එක එකක් $\sqrt{2}$ m දිගින් යුක්ත ය. රූපයේ දක්වෙන පරිදි මෙට්‍රික් වොන් 3 ක හා 6 ක භාර පිළිවෙළින් F හි හා E හි දී එල්ලා තිබෙයි. D ආධාරකයේ ප්‍රතික්‍රියාව R සිරස් බලයක් යැයි උපකල්පනය කර R සොයන්න. අනුපිළිවෙලින් D, C, E, F, B හා A සන්ධිවලට බෝ අංකනය යොදා ගනිමින් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න ඒ නයින් S හි අගය සොයා දඬු සියල්ලේ ම ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන් වෙන් ව දක්වන්න.



[අනෙක් පිට බලන්න.

9. "ඝර්ෂණ කෝණය" යන පදය අර්ථ දක්වන්න.

(අ) W බරින් යුත් ඒකාකාර ඝන ගෝලයක්, තිරසට α ආනතියක් සහිත, ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු තලයක් මත නිසලව ඇත්තේ ගෝලයේ ඉහළ ම ලක්ෂයටත් තලයටත් ඇදූ තිරස් තන්තුවක ආධාරයෙනි. $\alpha \leq 2\tan^{-1}(\mu)$ බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ උපරිම ආතතිය සොයන්න.

(ආ) W බරින් යුත් ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රළු තිරස් බිත්තියකට හේත්තු වී නිසලව තබා ඇත්තේ බිත්තියේ හා ගෝලයේ ස්පර්ශ ලක්ෂයට තිරස් ලෙස ඉහළින් බිත්තියේ වූ අවල ලක්ෂයටත් ගෝලයටත් ඇදූ තන්තුවක් මගිනි. තන්තුව යටියන් තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන අතර සමතුලිතතාව සීමාකාරී අවස්ථාවේ වෙයි. λ යනු ඝර්ෂණ කෝණය නම් තන්තුවේ ආතතිය සොයා, θ හි විවිධ අගයන් සඳහා ආතතියේ අඩුතම අගය $W\cos\lambda$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, λ ට $\cos^{-1}\left[\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)\right]$ නො ඉක්මවිය හැකි බව ජ්‍යාමිතික ලෙස පෙන්වන්න.

10. (අ) වේල්ලක ජල මුහුණත ත්‍රාපිසියමක ආකාරය ගනියි. පතුලේ පළල මීටර a වන අතර මුදුනේ පළල මීටර $a+b$ වෙයි. වේල්ලේ මුහුණත සිරස් ය. ජලය මට්ටම් වේල්ලේ මුදුන් මට්ටමට සම වන විට ජලයේ ගැඹුර මීටර h වෙයි.

(i) වේල්ල මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම නිව්ටන $\frac{w}{6}h^2(3a+b)$ බවත්

(ii) පීඩන කේන්ද්‍රයේ ගැඹුර මීටර $\frac{(4a+b)h}{2(3a+b)}$ බවත්

පෙන්වන්න; මෙහි w යනු $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ වලින් වූ ජලයේ ඝනත්වයයි.

(ආ) තිරස් ඇළක හරස්කඩ චූකලී පිළිවෙළින් පතුලේ දිග් මුදුනේ දිග් $1\,\mathrm{m}$ ද $2\,\mathrm{m}$ ද වූ ත්‍රාපිසියමකි. ඇලේ ගැඹුර $1\,\mathrm{m}$ කි. උඩු දරයේ දී විවර්තනී කළ තිරස් දෙරක් මගින් ඇළ වසා ඇත්තේ දෙරට ලම්බ ලෙස යටි දරයේ මධ්‍ය-ලක්ෂයට තිරස් F බලයක් යෙදීමෙනි. ඇළ ජලයෙන් පිරී ඇති විට,

$$F = \text{නිව්ටන} \ \frac{5w}{12}$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි w යනු ජලයේ ඝනත්වය යි.

11. a අරයෙන් යුත් සංඝන තල වැක්ක කෙළවර සහිත උස h වූ ඍජුවෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයක් ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ද්‍රව්‍යයකින් සම්පූර්ණයෙන් ම පුරවා, එහි අක්ෂය තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන පරිදි අවලව රඳවා තිබෙයි. තල කෙළවර මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම්වල, විශාලත්වය, දිශා හා ක්‍රියාරේඛා සොයා, දරා සිටින ද්‍රව්‍යයේ G කේන්ද්‍රයක වටා සමාන වූද ප්‍රතිවිරුද්ධ වූද යුග්ම ඒවාට තිබෙන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම

$$\pi a^2 h\rho\, g\cos\theta$$

විශාලත්වයෙන් යුක්ත බවත් එහි ක්‍රියාරේඛාවෙන් අක්ෂය සෘජුකෝණි ලෙස සම්විච්ඡේදනය වන බවත් පෙන්වන්න.

12. ද්‍රව්‍යස්ථිතිකයේ එන ආකිමිඩීස් මූලධර්මය ප්‍රකාශ කර එය සාධනය කරන්න.

නැවක බඳෙහි යම් අවල තිරස් සලකුණක් ලකුණු කර ඇත. තිශ්චල මුහුදු ජලයේ නැව ඉපිලෙන විට එම සලකුණ ජල රේඛා කඩ හා එකම මට්ටමේ පිහිටයි. මිරිදිය නැව් තටාකයක නැව ඉපිලෙන්නට සැලැස්වූ විට එය මීටර h ගිලා බසියි. මෙට්‍රික් ටොන් C බර බඩු ප්‍රමාණයක් ගොඩ බැ පසු සලකුණ මීටර H දුරක් ඉහළ නැගුණු බව දක්නා ලදී. ජල රේඛා කඩ අසල නැවේ බඳ තිරස් යැයි ද මුහුදු ජලයේ විශිෂ්ට ගුරුත්වය 1·026 යැයි ද උපකල්පනය කර, බඩු ගොඩ බැමට පෙර නැවේ සහ බඩුබාහිරාදියේ බර

$$\text{මෙට්‍රික් ටොන්} \ \frac{513\,hC}{13\,H}$$

බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது)
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1995 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1995 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1995

ව්‍යවහාරික ගණිතය II
பிரயோக கணிதம் II
APPLIED MATHEMATICS II

02
S II

පැය තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

අවශ්‍ය තැන්හි ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. (අ) Oxy – තලයේ වූ වක්‍රයක් කෙසේ ද යත් $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී අභිලම්බයේ P ත් x – අක්ෂයත් අතර කොටසේ දිග, අභිලම්බයේ x – අන්තඃ ඛණ්ඩයට සමාන වන පරිදි ය. P ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයේ අනුක්‍රමණය

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. වක්‍රය, $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව දී තිබෙන විට වක්‍රයේ සමීකරණය සොයා වක්‍රයේ දළ සටහන අඳින්න.

(ආ) පැළැටියක $h(t)$ උස t කාලය සමඟ පැයට $k\%$ ක ඔසුතාවෙකින් සන්තතික ලෙස වැඩි වෙයි. පැය $100\,n$ කදී උස දෙගුණයක් වෙයි නම්

$$k = \frac{1}{n} \log_e 2$$

බව පෙන්වන්න.

2. වැන් රථයක්, A නගරයේ සිට B නගරය වෙත සෘජු ප්‍රධාන මාර්ගයක් ඔස්සේ ගමන් කරයි. $t = 0$ වේලාවේ දී A හි සිට නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹන වැන් රථය, එහි $2u$ උපරිම වේගය ලබා ගැනීමට f නියත ත්වරණයෙන් චලනය වෙයි. $t = \frac{u}{2f}$ විට වැන් රථය A ත් B ත් අතර වූ C හි දී රථවාහන පොලිස් රථයක් පසු කරයි. ඒ හාම වැන් රථය දකින පොලිස් රියැදුරා, තවත් $\frac{u}{2f}$ වේලාවකට පසු C හි සිට නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹා හැකි ඉක්මනින් වැන් රථය අල්ලා ගැනීම පිණිස $2f$ නියත ත්වරණයෙන් පොලිස් රථය පදවයි. $t_0\ (> 0)$ කාලයක් පුරා එහි උපරිම වේගය පවත්වා ගැනීමෙන් පසු වැන් රථය, B හි දී නිශ්චලතාවට එළඹෙන්නේ $2f$ නියත මන්දනයක් යටතේ ය. වැන් රථය පසු කරන තෙක් ම පවත්වා ගනු ලබන පොලිස් රථයේ උපරිම වේගය $3u$ නම්, වැන් රථයේත් පොලිස් රථයේත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම රූප සටහනක අඳින්න. ඒ නයින්, $t_0 \geq \frac{2u}{8f}$ නම් ඒවායේ උපරිම වේග තිබෙන **අතරතුර** දී පොලිස් රථයට වැන් රථය පසු කර යාමට හැකි බව පෙන්වන්න.

$t_0 < \frac{2u}{8f}$ නම් ද, $0 < t_1 < \frac{u}{f}$ වන සේ $t = \frac{2u}{f} + t_0 + t_1$ විට පොලිස් රථය වැන් රථය පසු කරයි නම් ද

$$t_1 = \left(\frac{11\,u^2 - 8fut_0}{8f^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{u}{2f}$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. ගුරුත්වයට යටත් වූ අංශුවක්, පොළවේ O නම් ලක්ෂ්‍යයේ සිට V ප්‍රවේගයක් ඇති ව තිරයට α කෝණයෙකින් ප්‍රක්ෂේපණය කැරෙන්නේ ඒකක ස්කන්ධයට ප්‍රවේගයේ $-k$ ගුණයට සමාන ප්‍රතිරෝධයක් සහිත මාධ්‍යයක් තුළ ය; මෙහි $k > 0$ වේ. t වේලාවේ දී අංශුව, y උසකින් වෙයි නම්,

$$\frac{dq}{dt} + kq = -g$$

යන වලිතයේ සමීකරණය ලබා ගන්න; මෙහි $q = \frac{dy}{dt}$.

$$y = \left(\frac{g}{k^2} + \frac{V \sin \alpha}{k}\right)(1 - e^{-kt}) - \frac{gt}{k}$$

බව ද පෙන්වන්න.

අංශුව t_0 වේලාවේ දී එහි උපරිම උසට එළඹෙන්නේ යැයි ද පියාසර කාලය T යැයි ද සිතමු. එවිට,

$$\frac{kT}{1 - e^{-kT}} = e^{kt_0}$$

බව පෙන්වා, $T > 2t_0$ බව අපෝහනය කරන්න.

4. (අ) $2d$ දුරක පරතරයකින් පිහිටි සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක ජලය ඉවුරුවලට සමාන්තර ව ගලා බසියි. ඉවුරු අයිනේ දියපාරේ වේගය ශූන්‍ය වන අතර ගඟ මැදට යන් ම වේගය u වන තෙක් ඒකාකාර ලෙස වැඩි වෙයි. ජලයට සාපේක්ෂ ව පිහිනුම්කරුවකුගේ වේගය $2u$ ය. ඉවුරුවලට ලම්බ රේඛාවක් ඔස්සේ හරියට එක එල්ලේ ම ගඟ තරණය කරන පරිදි ඔහු පිහිනා යයි. පිහිනුම්කරු ඔහුට ආසන්න ඉවුරේ සිට x දුරකින් සිටින විට දියපාරේ ප්‍රවේගය පොයන්න. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය ද අඳින්න.

ඒ නයින්,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{u^2}{d^2}(4d^2 - x^2)$$

බව පෙන්වන්න. මෙම අවකල සමීකරණය අනුකලනය කර, පිහිනුම්කරු

$$\frac{\pi d}{3u}$$

කාලයේ දී ගඟ තරණය කරන බව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) 0·6 m විෂ්කම්භයෙන් යුත් රෝදයක් තත්පරයකට රේඩියන් 0·7 ක ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයෙන් තිරස් පොළොව දිගේ පෙරළෙයි. මීනා ම වේලාවක දී රෝදයේ තිරස් විෂ්කම්භයේ අන්තවල පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල ප්‍රවේග ප්‍රලම්බ බව පෙන්වා එම ප්‍රවේගවල විශාලත්ව සොයන්න.

5. M ස්කන්ධයෙන් ද h උසින් ද $\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් කුප්පසයකට, ආරෝහකයක (ඔසොවිවක) විශාල සුමට තිරස් බිමක් මත, එහි දරයට ලම්බ දිශාවක් ඔස්සේ වලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරෝහකය a නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. kM $(k \geq 1)$ ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක්, කුප්පසයේ පහළ දරයෙන් ආරම්භ කර එහි මුහුණත දිගේ ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කැරෙන්නේ V ප්‍රවේගයෙනි. අංශුවේ වලිතය සිදුවන්නේ කුප්පසයේ ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බැවුම් රේඛාව ඔස්සේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, මීනා ම වේලාවක දී කුප්පසයත් අංශුවත් අතර R ප්‍රතික්‍රියාව

$$R = \frac{kM(g + a)\cos \alpha}{1 + k \sin^2 \alpha}$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

$$V > \left[\frac{2(1 + k)(g + a)h}{1 + k \sin^2 \alpha}\right]^{\frac{1}{2}}$$

නම් අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන්නේ නැති බව සාධනය කරන්න. මීනා ම වේලාවක දී, කුප්පසයත්, ආරෝහකයේ බිමත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව කීමෙක් ද?

6. යතුරු පැදියක් H kW නියත ශ්‍රේෂ්ඨතාවෙකින් කාර්ය කරයි. පදවන්නාට, සමතල තීමේ $20\ m\ s^{-1}$ කින් ද හිරස සමඟ $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදන කන්දක් ඉහළට $10\ m\ s^{-1}$ කින් ද එම කන්ද පහළට $50\ m\ s^{-1}$ කින් ද යතුරු පැදිය පදවන්නට පුළුවන. පදවන්නාගේත් යතුරු පැදියේත් මුළු ස්කන්ධය $2M$ kg ය. යතුරු පැදියේ වේගය $u\ m\ s^{-1}$ විට වලිකයට ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය, $R = a + bu + cu^2$ kg wt යන්නෙන් දෙනු ලැබෙයි; මෙහි a, b, c යනු නියතයි.

$a = \frac{51H - 7M}{3}$, $b = \frac{3M - 16H}{20}$ සහ $c = \frac{6H - M}{600}$ බව පෙන්වන්න.

$H \geq \frac{5(\sqrt{2} - 1)}{12} M$ බව අපෝහනය කරන්න.

7. අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් හිරසට α ආනතියක් ඇති තලයක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයෙකින් ප්‍රක්ෂේපණය කැරෙයි; ප්‍රක්ෂේපණ දිශාව වැඩිතම බැවුම් උඩු රේඛාව සමඟ β කෝණයක් සාදයි. මෙහි $0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$. වලිතය සිදුවන්නේ ගුරුත්වය යටතේ වැඩිතම බැවුම් රේඛාව සහිත සිරස් තලයක ය. අංශුවේ පළමු වැනි ගැටුම තලයට අභිලම්බ ලෙස, O සිට d දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයෙක දී සිදුවෙයි. නම්,

(i) $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\cot\alpha\right)$ බවත් (ii) $d = \frac{2u^2}{g}\ \frac{\sin\alpha}{1 + 3\sin^2\alpha}$ බවත්

පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, දී ඇති $|u|$ අගයක් සඳහා d හි විශාලත්ව අගය $\frac{u^2}{g\sqrt{3}}$ බවත්, $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ විට එම අගය ලැබෙන බවත් පෙන්වන්න.

තවද $PQ = e^2 d$ වන පරිදි P ත් O ත් අතර පිහිටි Q ලක්ෂ්‍යයෙක දී දෙවැනි ගැටුම සිදු වන බවත් මෙම ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය O හි මුල් ප්‍රක්ෂේපණ දිශාවට සමාන්තර ව eu බවත් පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි.

8. I ආවේගයක් හේතු කොට ගෙන ප්‍රවේගය u සිට v තෙක් වෙනස් වන අංශුවක වාලක ශක්ති විපර්යාසය සඳහා $\frac{1}{2}$ I . (u + v) ප්‍රකාශනය ලබා ගන්න.

එක එකක් M ස්කන්ධයෙන් ද a අරයෙන් ද යුත් සමාන ගෝල දෙකක්, එක එකෙහි දිග l වූ සමාන, සිරස්, අවිතත්‍ය තන්තු දෙකක් මගින්, එකම සිරස් මට්ටමේ වූ ද $2a$ දුරක පරතරයකින් වූ ද A, B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් එල්ලා ඇත්තේ ගෝල දෙක ස්පර්ශ වෙමින් එවායේ කේන්ද්‍ර එකම මට්ටමේ පිහිටන පරිදි ය.

ස්කන්ධය m $(< 2M)$ ද අරය $(\sqrt{2} - 1)a$ ද වූ කුඩා ගෝලයක් එහි කේන්ද්‍රය AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටන පරිදි රදවා නිශ්චලතාවේ සිට පෙමින් මුදා හරිනු ලැබෙයි. එය, අනෙක් ගෝල දෙකේ සමගාමී ලෙස වදින්නේ ගැටෙන මොහොතේ දී ගෝල තුනේ කේන්ද්‍ර, සිරස් තලයක වූ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටන පරිදි ය. M ස්කන්ධයෙන් යුත් එක් එක් ගෝලයට ලැබෙන ප්‍රවේගය

$$\frac{mu\ (1 + e)}{2M + m}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $u = \sqrt{2gl}$ ද e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය ද වෙයි.

එක් එක් තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය J නම්, ගැටුම නිසා සිදුවන වාලක ශක්ති හානිය

$$Ju\ (1 - e)$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුව ගැටුමේ දී ක්ෂණික විශයෙන් නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි නම් පද්ධතියේ වාලක ශක්ති හානිය

$$mgl\left(1 - \frac{m}{2M}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

9. සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යන ලුහු අවිතනය තන්තුවකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් එල්ලා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරේ සමාන M ස්කන්ධයෙන් යුත් ප්‍රතිතෝලකයක් දරා සිටියි. ස්කන්ධය m වූ විදුරු බෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් බාල්දියේ පැනලි පතුලේ ගැටෙන පරිදි සිරස් ලෙස හෙළනු ලැබෙයි. විදුරු බෝලයත් බාල්දියත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් පළමුවැනි ගැටුමත් දෙවැනි ගැටුමත් අතර ගෙවී යන කාලය සොයන්න.

තවද, පළමුවැනි ගැටුමේ සිට

$$T = \frac{2eu}{(1-e)g}$$

මුල් කාලයකට පසු ගැටුම් සියල්ලම නවතින බවත් T කාල ප්‍රාන්තරය තුළ දී ප්‍රතිතෝලකය කප්පියට ළඟා නොවන්නේ නම් මේ කාල ප්‍රාන්තරය තුළ ප්‍රතිතෝලකයේ මධ්‍යක වේගය $\frac{mu}{2M+m}$ බවත් පෙන්වන්න.

10. ස්වාභාවික දිග l ද, ප්‍රත්‍යාස්ථතා සංගුණකය mg ද වූ ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයෙකටත් අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකටත් ඇදා තිබෙයි. අංශුව, $t = 0$ වේලාවේ දී O හි සිට $\sqrt{(n^2+2)gl}$ ප්‍රවේගයකින් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කරෙයි; මෙහි n යනු ධන නියතයකි. kl යනු අංශුව ළඟා වන උපරිම උස ද k යනු 1 ට වැඩි නියතයක් ද විට

(i) $0 \leq y \leq l$ ද

(ii) $l < y \leq kl$ ද

යන අවස්ථා වෙන් කොට දක්වමින්, අංශුව සඳහා O ට ඉහළින් අංශුවේ $y(t)$ උස ඇතුළත් චලිතයේ සමීකරණය, අවකල සමීකරණයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

ඉහත (ii) අවස්ථාවේ දී,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ ද } t \geq t_0 \text{ ද විට } y(t) = A\cos\omega(t-t_0) + B\sin\omega(t-t_0)$$

යන්නෙන් ඉහත අවකල සමීකරණය සපුරා-ලන බව සත්‍යාපනය කර A හා B නියත සොයන්න.

අංශුව, $\left[\sqrt{n^2+2} - n + \tan^{-1} n\right]\sqrt{\frac{l}{g}}$ වේලාවකට පසු පහළ බැසීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වා k හි අගය සොයන්න.

11. a දිගැති සැහැල්ලු දණ්ඩකට, අචල A කෙළවරක් වටා නිදහස් ලෙස හැරෙන්නට හැකිය. එහි අනෙක් B කෙළවරට m බරැති අංශුවක් ගැට ගසා ඇත. B කෙළවර a දිගින් යුත් අවිතනය තන්තුවක් මඟින් A හරහා යන අචල, සුමට, තිරස් තම්බියක සර්පණය විය හැකි m බරැති කුඩා C මුද්දුවකට යා කර තිබෙයි. ආරම්භයේ දී A, B, C ඒකරේඛීය වන අතර AC හි දිග $2a$ වෙයි. පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. t වේලාවේ දී $\hat{CAB} = \theta$ නම්

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{a}\,\frac{\sin\theta}{1+4\sin^2\theta}$$

බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ T ආතතිය, θ හි ශ්‍රිතයක් ලෙස සොයා, දණ්ඩේ ආතතියට තන්තුවේ ආතතියේ අනුපාතය 3:2 බව පෙන්වන්න.

12. සමාන්තර අක්ෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

පාදයක් $2a$ දිග සමපාද ත්‍රිකෝණයක හැඩයෙන් යුත් m ස්කන්ධය ඇති ඒකාකාර ආස්තරයක එක් දරයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව දී තිබෙයි. ප්‍රතිවිරුද්ධ මුල්ල හරහා යන සමාන්තර අක්ෂයක් වටා ආස්තරයේ අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

ස්කන්ධය M ද පාදයක් $2a$ ද වූ ඒකාකාර සවිටි සමපාද ආස්තරයක එක් දරයක් වටා අවස්ථිත් ඝූර්ණය $\frac{23}{6}Ma^2$ බව අපෝහනය කරන්න.

දරයක් සමග සම්පාත වන තිරස් අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණය වීමට නිදහස ඇති සමපාද ආස්තරය තලය සිරස් ව තිබෙන පරි නිශ්චලතාවේ එල්ලෙයි. ආස්තරයේ තලයට ලම්බ ව u වේගයෙන් චලනය වන λM ස්කන්ධයෙන් යුත් උණ්ඩයක් ආස්තරයේ කේන්ද්‍රයේ වැදී එයට කා වදියි. ඝර්ෂණික ව උණ්ඩයේ වේගය $\frac{u}{3}$ ට උනනය වෙයි නම්, $\lambda = \frac{23}{36}$ බවත් පද්ධතියෙහි රඳවාගන්නේ අංශුවේ චාලක ශක්තියෙන් තුනෙන් එකක් පමණක් බවත් පෙන්වන්න.