15436

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1994 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1994

	ව්‍යවහාරික ගණිතය I Applied Mathematics I

ප්‍රශ්න හතෙන්ම නිමානුරූ සපයන්න.

1. O, P, Q යනු විෂමරේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. R ලක්ෂ්‍යය, OPQ තලයේ පිහිටා ඇත්තේ

$$\overrightarrow{OR} = \alpha\left(\frac{\overrightarrow{OP}}{OP} + \frac{\overrightarrow{OQ}}{OQ}\right)$$

වන පරිදි ය. මෙහි α යනු අදිශයකි. POQ කෝණය OR කෙණ සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{BC} = \mathrm{a}$, $\overrightarrow{CA} = \mathrm{b}$, $\overrightarrow{AB} = \mathrm{c}$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ B කෝණයේත් C කෝණයේත් අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදන L හිදී හමු වේ. $\overrightarrow{BL} = \lambda\left(\frac{\mathrm{a}}{a} - \frac{\mathrm{c}}{c}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු අදිශයකි, $a = |\mathrm{a}|$, $b = |\mathrm{b}|$ හා $c = |\mathrm{c}|$. එසඳු ම ආකාරයකින් $\overrightarrow{CL}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\overrightarrow{AL}$ සඳහා සමාංශක ප්‍රකාශන දෙකක් ලියා දක්වා

$$\lambda = \frac{ac}{a+b+c} \quad \text{බව ද} \quad \overrightarrow{AL} = \frac{b\mathrm{c} - c\mathrm{b}}{a+b+c} \quad \text{බව ද}$$ පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, තිබූ ම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක තුන එකිනෙක බව පෙන්වන්න.

2. හිල්-දෙක සෙදිශක දෙකක අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$\mathrm{i} = \overrightarrow{OA}$, $\mathrm{j} = \overrightarrow{OB}$, $\mathrm{k} = \overrightarrow{OC}$ යනු අසමානතා වශයෙන් ලම්බ එකක සෙදිශ තුනකි.

α, β, γ යනු $\mathrm{r} = l\,\mathrm{i} + m\,\mathrm{j} + n\,\mathrm{k}$ සෙදිශය සිලිවෙළින් $\mathrm{i}, \mathrm{j}, \mathrm{k}$ සෙදිශ සමඟ සාදන කෝණයි.

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$$

බව පෙන්වන්න.

තව ද $\overrightarrow{OP} = l\,(\mathrm{i} + \mathrm{j} + \mathrm{k})$ සෙදිශය, $\overrightarrow{OA}$ රේඛා $\overrightarrow{OB}$ රේඛා $\overrightarrow{OC}$ රේඛා යන ඒ ආකාර තුවත් ABC තලයට ලම්බ බව පෙන්වන්න. එහෙත් සඳහන් රේඛා රේඛා අවස්ථාවේ දී l හි අගය නිර්ණය කරන්න.

(i) ABC තලයේ P පිහිටයි.

(ii) $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ අසමානතා වශයෙන් ලම්බයි.

(iii) P ලක්ෂ්‍යය, $OABC$ වතුස්තලයේ පිටත කෙරෙහි පිහිටි සමීපතම වේ.

3. $\mathbf{a}$ සහ $\mathbf{b}$ නිල-අනාම සදිශ යුගල $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ සදිශය ඇසුරින් අර්ථ දක්වන්න.

(i) $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ සහ $\mathbf{c}$ යනු නිල-අනාම වූ ද සමාන්තර නොවූ ද සදිශ තුනකි.

$\mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times \mathbf{a} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ නම් $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

මීලඟ වශයෙන්, $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ නම්

$\mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times \mathbf{a} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ බව පෙන්වන්න.

මෙතේ ම ප්‍රතිඵලයක් සඳහා සහිත් ප්‍රස්තුත අවස්ථානය කරන්න.

(ii) L, M, N යන ලක්ෂ්‍ය තුන සෘජුවක් ද යක් $\overrightarrow{OL} = \mathbf{l}$, $\overrightarrow{OM} = \mathbf{m}$ සහ $\overrightarrow{ON} = \mathbf{n}$ වන පරිදි වෙයි. මෙහි O යනු පිටත ලක්ෂ්‍යය යි.

$\lambda + \mu + \nu = 0$ ද $\lambda\mathbf{l} + \mu\mathbf{m} + \nu\mathbf{n} = \mathbf{0}$ වන පරිදි වූ λ, μ සහ ν යන නිශ්ශූන්‍ය සංඛ්‍යා තුනක් පවතියි නම් $\mathbf{m} \times \mathbf{n} + \mathbf{n} \times \mathbf{l} + \mathbf{l} \times \mathbf{m} = \mathbf{0}$ බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{m} \times \mathbf{n} + \mathbf{n} \times \mathbf{l} + \mathbf{l} \times \mathbf{m} = \mathbf{0}$ බව දී ඇති නම් L, M, N ලක්ෂ්‍ය එකරේඛීය වන බව පෙන්වන්න.

4. දිග $2a$ ද බර W ද වූ ඒකාකාර දුම්වැටි AB දණ්ඩක්, එහි අවල A කෙළවර වටා දුම්වැල් සලස මැරෙන්නට පුළුවන. බර $2W$ වූ කුඩා දුම්වැටි C මිදුලකට දණ්ඩ දිගේ සර්පණය විය හැකි ය. A ලක්ෂ්‍යය හරහා සිරස අවිවංචි සිහිටි D අවල ලක්ෂ්‍යයකට මිදුල ඇඳා ඇත්තේ $\frac{a}{4}$ දිගෙන් දුම් අවතනය තත්ත්වයක් අතිනි.

සහතිකයක් දණ්ඩක් එකතු සිරස සලයක සිහිටියි. $AD = \frac{a}{4}$. සමතුලිතතා සිහිටියේ දී දණ්ඩ සහ මිදුල අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයා දණ්ඩ සිරස සමඟ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.
තත්ත්වයේ ඇසිනයක්, A කෙළවර ප්‍රතික්‍රියාවක් සොයන්න.

5. Oxy තලයේ සිහිටි $A_r \equiv (x_r, y_r)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරන එකසමාන බල පද්ධතියට (X_r, Y_r), $r = 1, 2, 3, \ldots, n$ සංරවක සිටියි. $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ සූර්ණය $G = Yx + Xy$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ සහ $G = \sum_{r=1}^{n} (Y_r x_r - X_r y_r)$.

$X^2 + Y^2 \neq 0$ බව දී සිටියි නම්, පද්ධතියේ සමතුලිතතායෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය අපෙක්ෂනය කරන්න.

$A \equiv (2a, 0)$ ලක්ෂ්‍යය වටා සහ $B \equiv (0, a)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ සූර්ණ සිදුවෙලින් H සහ $2H$ වෙයි. $y = x$ රේඛාවට සමාන්තර සිහින සොවිස්වල මෙකෙහ අනාය යි. පද්ධතිය සඳහා X, Y සහ G සොයා සමතුලිතතාය, $x + y = 3a$ රේඛාවට සිටින්න ක්‍රියා කරන $\frac{H}{a}(-\mathbf{i} + \mathbf{j})$ බලයක් බව පෙන්වන්න.
මෙහි $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy අක්ෂ දිගේ එක් වූ ඒකක දෙසිනික යි.

6. එක එකෙහි දිග a ද බර W ද වූ AB, BC, CD යන සමාන ඒකාකාර දඬු තුනක්, දිග $2a$ ද බර $3W$ ද වූ ඒකාකාර AD දණ්ඩක් A, B, C, D ලක්ෂයවල දී ලිහිල් ලෙස අඳුරු කර සිංදුරු. BC හි මධ්‍ය-ලක්ෂයෙන් එල්ලූ රැලිකැලිදාර සම්බුලිකාරුවේ පවතියි. A සහ B සන්ධිවල දී AB දණ්ඩ එහි ප්‍රතික්‍රියාවල විශාලත්ව සහ දිශා සොයා එවායේ ලියා එම්ම BC ට පහළින් $\frac{\sqrt{3}}{3}$ කැබුරෙන දී සමුවන බව පෙන්වන්න.

7. (i) අරය a ද පැඩිය සහිත ඝනකවල G ද වූ ඒකාකාර අර්ධ-ගෝලීය කොටසක්,

(ii) උස h ද අර්ධ-සිරස් කෝණය α ද පැඩිය සහිත ඝන්වය hG ද වූ ඒකාකාර සූජර කේතුවක්

යන්නෙහි සහ ඉරුවේ කේන්ද්‍රය පිහිටීම අනුකලනයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ සොයන්න.

$a = 6$ සහ α වීවිත් පැවැ දෙක, පොදු විෂ්කම්භයෙන් දෙපස පිහිටින පරිදි එකෙහි එකක දර දිගේ ඉලව් පුවිලු ඊ ඇති බවත් දී තිබෙයි.

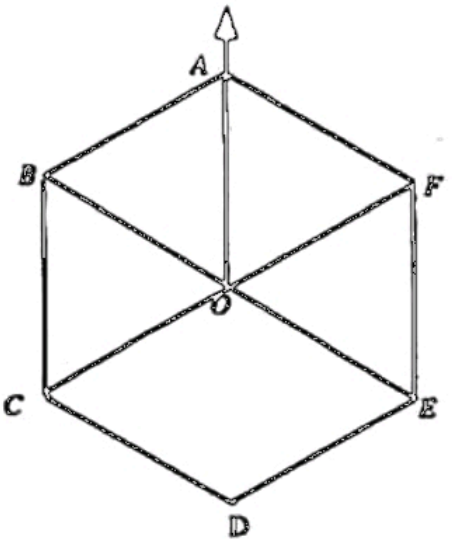
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{36 + h^2} - h}{6}$$

නම්, අර්ධ-ගෝලීය පැවැත්ම මිහැ ඒ ලක්ෂයෙන් සූමට සිරස් තලයක් සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් සංයුක්ත වස්තුවට සම්බුලිකාවේ පිහිටිය හැකි බව පෙන්වන්න.

8. ඒකාකාර බර දණ්ඩක බර W බැර, දණ්ඩේ අන්ත දෙකේ තැබූ $\frac{W}{2}$ සහ $\frac{W}{2}$ බර දෙකෙනෙහි තුලා බව (දෙකෙහි ප්‍රතිස්ථාපනය සඳ හැකි බව) පෙන්වන්න.

$ABCDEF$ සමවිට ෂඩස්‍රය සහ ඇත්තේ එක සමාන බර, ඒකාකාර දඬුවලිනි. A, B, C, E, F කිරා සහ සිදුරුවලින් OA, OB, OC, OE සහ OF යන දඬුවලින් O කේන්ද්‍රයට යා කර ෂඩස්‍රය A හෙන් එල්ලා සිංදුරු.

මෙම අංශය සඳහා කෙන ප්‍රශ්නවලින් රූප සටහන් අඳින්න. ඒ නයින් යොදූ දඬුවල ප්‍රතාපවල තීව්‍රතාය සර එවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වර්ග කර දක්වන්න.



(1 වැනි රූපය)

8. එක එකෙක දිග $2a$ වූ දිගින් සුර AB, BC සමාන බර වූ ඒකාකාර දඬු දෙකක් එකිනෙකට සන්ධි කර ඒවා සිරස් තලයක තබා ඇති B හි දී දෘඩ ලෙස සන්ධි කර, a අරයෙන් යුත් අවල රළු සිරස් වෘත්ත සිලින්ඩරයක් මත සමමිතික ආකාරයේ සිරසට පවතී යේ ආනතව ද ABC තලය සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බව ද පිහිටන සේ ය. W, W බරින් යුත් A හි දී සහ C හි දී එල්ලා සමතුලිතව පවතියි.

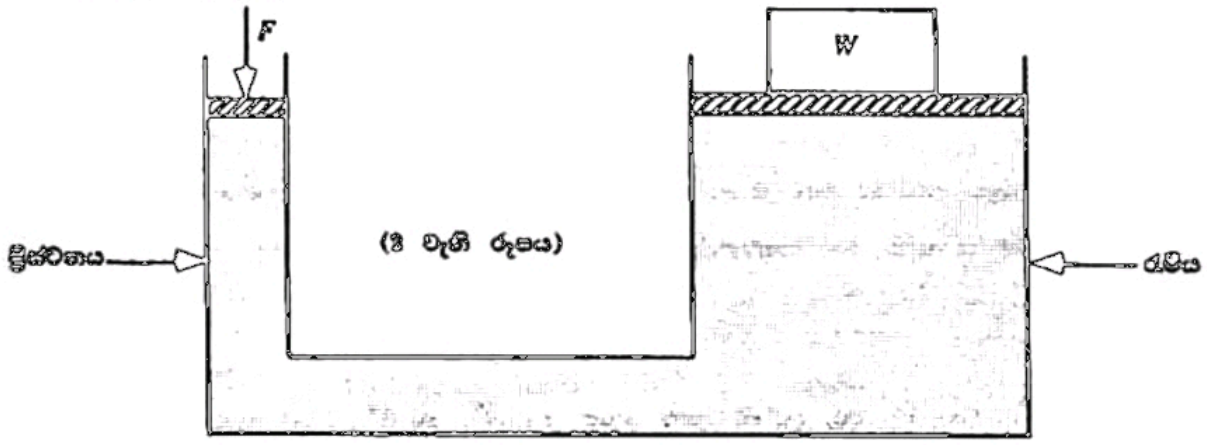
එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂයේ දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ අගය $\frac{W\sqrt{2}}{1+\mu}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු ස්පර්ශ සංඝර්ෂණ සංගුණකය යි.

මීටර්කාරී සමතුලිතතාවයේ පවතින විට w ස්කන්ධ සිරස් පෘෂ්ඨයෙන් A තෙක් දුරින්නෙහි

$$\frac{x}{W} = \frac{2\mu}{\mu^2 - \mu + 1}$$

වේවැ w ට $2W$ ප්‍රමාණය කොපමණ වුවත් වේවැ පෙන්වන්න.

10. (අ) සිරස් ඒරසෙහි දැව ඝනකාමය රැඳියේ හරස්කඩ වර්ගඵලය, පිස්ටනයේ හරස්-කඩ වර්ගඵලය එකින් n ගුණයකි. (ii වැනි රූපය) ස්ප්‍රාරය සහ කෙළවර තොග පිස්ටනයේ සරළිදුරින් රැඳියේ සරළිදුරින් ඇති වන ප්‍රතිත්‍රාවය පිළිවෙලින් R kg සහ S kg වෙයි. F kg සිරස් බලයක් පිස්ටනයට යොදවොත් රැඳියෙහි එසවිය කෙසේ W මත රඳා පවතී දැයි සොයන්න.



(ආ) අර්ධ-ගෝලීය භාජනයට දෘඩව ලියවී ඝනත්වය ρ වූ ද්‍රවයක් පිරවීමෙන් ගෝලීය කුහර බදුනක් තනා ඇත. පූර්වවුවේ තලය සිරස් ව පිහිටන සේ බදුන තබා එම සිරස් තලයට ඉහලින් h උසකට එන සේ ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ද්‍රවයක් බදුනට දමනු ලැබෙයි. තෙල අර්ධ ගෝලයෙන් ඉතිරි අර්ධ තෙල්ලය එපරිමිව යෂ්ඨ දරන $\frac{1}{3}\pi\rho gh^3$ බලයක් ද්‍රවයේ පිඩනයෙන් හට ගන්නා බව පෙන්වන්න.

11. අර්ධ-වෘත්තාකාර ආස්තරයක් එහි සෘජු දාර ද්‍රව-පෘෂ්ඨයේ පවතින සේ සිරස් ලෙස ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත. ආස්තරයේ පිවත සෙෂ්ඨය $\frac{3\pi a}{16}$ කැබුරක පිහිටන බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු ආස්තරයේ අරය යි.

වැස්ස තවත් සමාන සිරස් තලයක එක් කෙළවරක් වසා ඇත්තේ, තලයේ එම කෙළවරේ අගල ම ද්‍රවයේ පෘෂ්ඨය ලෙස ඇතුලු සෘජු සිරස් වෘත්තාකාර දාරයක් මෙනිනි. අනිත් කෙළවර දැනි ලෙස විවෘත ඇත. ρ ඝනත්වයෙන් යුත් නිශ්චලතාවයේ ඇති ද්‍රවයකින් තලය බාගයක් පිරී ඇති විට, දාර වැනි සිඩිම සඳහා දොරේ තලය ම ද්‍රවයේ යෙදිය යුතු අවුතුම බලය සොයන්න.

12. ද්‍රවස්ථිතියේ එන ආකිමිඩිස් මූලධර්මය සඳහන් කරන්න.

කොකාර ද්‍රිස්මයක හරස් කඩ, අඩංගෙන පාදය සමීප සමචතුරස්‍රයකි. සංස්ථිති දාර දෙකක් සෘජුවේ සිටින පරිදි ද්‍රිස්මය ජලයේ දැමිවලන්නේ ජලයෙන් උඩ සිටින දරුවේ මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යයේ ඇදු සන්තුලිත අවස්ථාවකි. පහත සඳහන් ප්‍රශ්නවල කෙටියෙන් පිළිතුරු සපයන්න.

(i) තන්තුව සිරස් ය.

(ii) ද්‍රිස්මයේ ගිලුණු ගුරුත්වය $\frac{2}{3}$ කි.

(iii) තන්තුවේ ආතතිය ද්‍රිස්මයේ බරෙන් හතරෙන් එකකි.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

15436

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1994 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1994

	ව්‍යවහාරික ගණිතය III Applied Mathematics II			

ප්‍රශ්න හතරට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

අවශ්‍ය තැන්හී ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 10\ m\ s^{-2}$ ලෙස ගන්න.

1. (a) $\frac{dy}{dx} + xy = y^3x$ අවකල සමීකරණය විසඳුම $y^2 e^{x^2} = c(y^2 - 1)$ ආකාරයෙන් ලබා ගන්න. මෙහි c යනු නියතයකි.

(b) Γ යනු වක්‍රයක් වන $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී අනුලම්බය, P ලක්ෂ්‍යයට O මූල ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාවේ දැවුම එකකින් අඩුවෙයි. Γ වක්‍රය $(-1, 0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්,

$$e^y = |x|^x$$

බව පෙන්වන්න.

2. අංශුවක්, දුනු නරාදියක් මගින් ආරෝහකයක (මියොවියක) සියල්ලන් සිරස් ලෙස එල්ලා තිබෙයි. ආරෝහකයේ උඩුකුරු චලිතය අවස්ථා තුනකින් සිදුවෙයි. පළමු වැනි අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය නිසලව සිට නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි; එවිට දුනු නරාදි පාඨාංකය $(1 + \frac{a}{g})$ kg කි. දෙ වැනි අවස්ථාවේ දී තත්පර t_0 ක්‍රියා ආරෝහකය ඉහළ නඟින්නේ $V\ m\ s^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙනි; එවිට දුනු නරාදි පාඨාංකය 1 kg කි. අවසාන අවස්ථාවේ දී නිශ්චලතාවට එන තෙක් ආරෝහකය නියත මන්දනයෙන් ඉහළ නගියි; එවිට දුනු නරාදි පාඨාංකය $(1 - \frac{a}{g})$ kg කි. මෙහි $0 < a \leq g$. එම තරමේ දී ආරෝහකය ඉහළ නැඟී මුල දුර මිටර h ද තත්වා ලද මුළු කාලය තත්පර T ද නම්, එක් එක් අවස්ථාවේ දී ආරෝහකයේ ත්වරණය සොයන්න.

(i) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ත්වරණ-කාල වක්‍රය ඇඳ

$$t_0 = T - \frac{2V}{a}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

(ii) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රය ඇඳ, එ නයින්,

$$V^2 - aTV + ah = 0.$$

බව පෙන්වන්න.

$$T \geq 2\sqrt{\frac{h}{g}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

3. OPQ සරල රේඛාවක් දිගේ V වේගයෙන් චලනය වන අංශුවක් t වේලාවේ දී එහිම ප්‍රභවයේ සිට kV^{n+2} $(n > 0)$ ප්‍රතිරෝධයකට හාජනය වෙයි. මෙහි k යනු වන නියතයක් වන අතර අංශුව මෙම වේගය මඳ ක්‍රියා නොකරයි. ආරම්භයේ දී, අංශුව O සිට u වේගයෙන් ගමන් අරඹයි. t කාලයකට පසු O සිට අංශුවට දුර x ය.

(i) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{u}{(1 + knxu^n)^{\frac{1}{n}}}$ බවත්

(ii) $(1 + knxu^n)^{\frac{1}{n}} = \left[1 + k(n+1)tu^{n+1}\right]^{\frac{1}{n+1}}$ බවත්

සාධනය කරන්න.

අංශුව, P සිට Q කෙස ගමන් කරන විට එහි වේගය W සිට αW $(\alpha > 0)$ කෙස අඩු වෙයි නම්, P සිට Q කෙස ගමන සුරා අංශුවේ වර්ධනය වේගය

$$\alpha W\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha^{n+1}}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

4. (අ) v km h^{-1} කින් යාත්‍රා කරන P මෝටර්බෝට්ටුවක් A වරායෙන් පිටත් වන්නේ, A ට d කිලෝමීටර α km නැගෙනහිරින් වූ B වරායෙන් පිටත් වන Q මෝටර්බෝට්ටුවේ සිට d km ක පරාසයක් තුළට පිවිසෙන ලෙස පරීක්ෂා කිරීමයි. Q මෝටර්බෝට්ටුව $u\,(< v)$ km h^{-1} කින් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. පරාසය තුළට පිවිසීම සඳහා P මෝටර්බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු අවම දිශා දෙක අතර කෝණය 2α බව පෙන්වන්න.

(ආ) A සහ B යනු $|\overrightarrow{AB}| = a$ වන පරිදි තලයක වලනය වන අංශු දෙකකි. මෙහි a යනු නියතයකි. කිසිදු මොහොතක දී A හෝ B හෝ ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$ දිශාව වාමාවර්ත අතට $\frac{\pi}{6}$ සහ $\frac{\pi}{3}$ කෝණ සාදන දිශාවලට වෙයි. AB රේඛාවේ කෝණික වේගය $\frac{4}{a}$ නම් බිඳු මෙම මොහොතක දී A සහ B අංශු දෙකේ වේග සොයන්න.

5. 60 km h^{-1} ක වේගයෙන් ප්‍රවේගයකින් සිරස් තලය වලනය වන ට්‍රක් රථයකින් ට්‍රේලරයක් ඇද ගෙන යයි. ට්‍රේලරය රථ සැතුම්කරුසු පතුල මත කුඩා භාරයක් නිශ්චලව තබා ඇත්තේ ට්‍රේලරයේ ඉදිරිපස දාරයට මිටර 9 ක් දුරිනි. $t = 0$ වේලාවේ දී ආරම්භ කර ට්‍රක් රථයට වේගයෙන් මන්දනයක් දෙනු ලබන්නේ එවිට d දුරක දී ට්‍රක් රථය නවතින ලෙස පරීක්ෂා කිරීමයි. භාරය, ට්‍රේලරයට සාපේක්ෂව වලනය වීමට පවන් ගතියි නම්,

$$\mu < \frac{125}{9d}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු භාරයේ ට්‍රේලරයේ පතුලේ අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය යි.

$d = 25$ ද $\mu = 0.4$ ද නම් භාරය නවතින විට $\frac{25-\sqrt{13}}{6}$ ක කාලයෙන දී $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ m s^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ට්‍රේලරයේ ඉදිරිපස දාරය වෙත ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

6. V ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක්, වලිසයට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට වූ විවිධ බලයකින් නිශ්චලතාවට පත කරයි දී කෙරෙන කාර්යය $\frac{1}{2}mV^2$ බව පෙන්වන්න.

$t = 0$ වේලාවේ දී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කරන g ඒකක ස්කන්ධයක් යුත් සෙල්ලම් රථයක් සුමට සිරස් බිමක ගමන් කරයි. t වේලාවේ දී රථය මත F ප්‍රතිඵලය බලය,

$$F = (10 + 19x - 2x^2)\,g$$

යන්නෙන් දැක්වෙයි. මෙහි x යනු t කාලයේ දී රථය ගමන් කළ දුර ද $0 \le x \le 12$ ද වෙයි.

(i) $0 \le x \le \frac{19}{4}$ වන විට දී රථයේ වේගය මත F ප්‍රතිඵලය බලය වැඩි වන බව පෙන්වන්න.

(ii) $0 \le x \le 12$ විට බලය-දුර වක්‍රය ඇඳ, O නමින් හෝ අන් අයුරෙකින් හෝ රථයේ උපරිම වේගය

$$10\sqrt{\frac{23g}{3}}$$

බව පෙන්වන්න.

(iii) සෙල්ලම් රථයේ වේගය උපරිම විට එහි ගමනට ක්‍රියා කරන බලය සොයන්න.

7. කොළඹටවීන් උසක් h උසක් තිබෙන ඇති m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් සහ සමාන කොයෙන්න.

කොණ්ඩිය කැති උසකින් යුත් 30 kg මර ලෙසයක්, සිරසට $\frac{\pi}{3}$ ක ආනතියක් සහිත සුදු කොල් තලය මුදුනට ගැනීමේ දී ඉරුවෙයට එරෙහිව කරන කාර්යය $2\sqrt{3}$ kJ ය. කොල් තලේ උස කොයෙන්න.

තව මුදුනේ සිටින ලෙසට කොල් තලයක් සවා එහි සිට V ms^{-1} වේගයෙන් සිරස සමඟ α ආරම්භක කෝණයකින් තෙතිය විසිකරන්නේ එය කොල් තල මුදුනට වැටෙන සේ නම් V හි අවම අගය α ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

$$\cos\alpha \sin(\alpha + 60) = \frac{2g}{V^2}$$

මේ සඳහා

$$V \geq 10(2-\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$$

මේ අසමානතාව සාධනය කරන්න.

8. u ප්‍රවේගයකින් චලනය වන සුමට මෙවලයක්, අවල සුමට තලයක් සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවක් දිගේ තලය හැපී, ඒ අතර අභිලම්බය සමඟ ϕ කෝණයක් සාදමින් V ප්‍රවේගයෙන් පොළා යනවි.

$$\cot\theta \cot\phi = e$$

මේ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු මෙවලයේ තලයේ අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි.

A, B, C, D යනු සුමට, සිරස, පළුවකි රහිත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කිඹියේ මෙසයක කොණ් වෙති. එම මේසයේ දාර හැර සුමට සිරස තැරියකින් වටකොට ඇත. සුමට කිඹියේ මෙවලයක් $t = 0$ මොහොතේ දී AB මත P මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\overrightarrow{AB}$ සමඟ α කෝණයක් සාදන දිශාවකට මේසයේ පාඨය දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන්නේ, පිළිවෙලින් Q, R, S ලක්ෂ්‍යවල දී BC, CD, DA තැරිවල වැදුන පසුව ය. මෙවලයේ තැරියේ අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (>0)$ වේ. Q, R, S ලක්ෂ්‍යවල දී පළමු ගැටුමවලින් පසු T කාලයෙන දී මෙවලය නම් P ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වෙත නැවත පැමිණේ නම්,

(i) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්

(ii) $T = \frac{a}{2u}(\sec\alpha)(1+e^{-1})^2$ බවත්

සාධනය කරන්න. මෙහි $a = |\overrightarrow{AB}|$.

9. AB ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ ස්වභාවික දිග l ය. එහි A අන්ත කෙළවර සිදිමසාවි ඇදා තන්තුව සිරස්ව තබා ඇත. තන්තුවේ B පහළ කෙළවරින් මර අංශුවක් ගැට ගසා තන්තුව නිශ්චලතාවයේ පැවැත්වූ විට e විතතියක් ඇති වෙයි. අංශුව සමතුලිතතා පිහිටීමෙන් තවත් $d\ (>e)$ දුරක් පහළට ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හැරිය හොත් අංශුවේ වලිතයෙන් කොටසක් $\sqrt{\frac{g}{e}}$ කෝණික සංඛ්‍යාතය සහිත සරල අනුවර්තී වලිතයක් බව පෙන්වන්න.

අංශුව පිහිටිය හැක්කේ තැනිනට

$$l > \left(\frac{d^2-e^2}{2e}\right)$$

බව සාධනය කර

$$2\sqrt{\frac{e}{g}}\left\{\pi + \frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e} - \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e}\right)\right\}$$

මුල් තැනයේදී සවු අංශුව යළිත් ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන බව ද සාධනය කරන්න.

10. I ආවේගයක් දමින් අංශුවක ප්‍රවේගය u සිට v දක්වා වෙනස් කරයි නම් අංශුව AE වියළ ශක්තියේ වෙනස්වීම,

$$AE = \frac{1}{2} I . (u + v)$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න.

එක එකෙහි ස්කන්ධය m වන A, B, C, D යනාදී අංශු හතරක් AB, BC, CD යනාදී අවිතනය්‍ය නූල් කෑල්ල තුනකින් සම්බන්ධ කර ඝර්ෂණ රහිත තිරස් මේසයක් මත තිබලා ඇත්තේ නූල් කෑල්ල තද වී ඇති ද AB, BC, CD නූල් රේඛාවල පිහිටා ඇති ද වන පරිදි ය. මෙහෙය දීමේ $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට I විශාලත්වයෙන් යුත් ආවේගයක් A අංශුවට ලැබෙයි. D අංශුවේ ආරම්භක වේගය $\frac{I}{28m}$ බව පෙන්වන්න.

මේ සිදුවීමට ලැබෙන වාලක ශක්තිය m හා I ඇසුරෙන් සොයන්න.

11. P අංශුවක් Oxy තලයේ පිහිටි අරය a ද කේන්ද්‍රය O ද වූ වෘත්තයක වලනය වෙයි. P හි ත්වරණයේ අරිය සංරචකය තිරසක් සංරචකය පිළිවෙළින් $-a\dot{\theta}^2$ හා $a\ddot{\theta}$ වන බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු OP ස්ථිර x-අක්ෂයක් අතර කෝණයයි.

a අරයෙන් හා O කේන්ද්‍රයෙන් යුත් සුමට අර්ධ ගෝලයක් එහි පතුල තිරස් තලයෙහි පිහිටන සේ සවි කර තිබේ. m ස්කන්ධයෙන් යුත් P නම් බර අංශුවක් අර්ධගෝලයේ ඇතුළු මුහුණ මී ලක්ෂ්‍යයේ නිසලව තිබා මුදන් විස්ථාපනය කළ පසු, අර්ධගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශය වෙයි. OP අරය උඩු සිරස සමඟ $\theta\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් සාදන විට

(i) P හි ප්‍රවේගයක්

(ii) P මත ප්‍රතික්‍රියාවක්

සොයන්න.

අංශුව අර්ධගෝලයේ පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්ව යන විට Pහි ප්‍රවේගයේ තිරස් සංරචකයක් තිරස් සංරචකයක් පිළිවෙළින්

$$\frac{\sqrt{24ag}}{9} \text{ ද } \quad \frac{\sqrt{30ag}}{9} \text{ ද }$$

බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය m ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක්, එහි තලයට ලම්බ තැටියේ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව පෙන්වන්න.

m ස්කන්ධයෙන් ද a අරයෙන් ද යුත් ඒකාකාර වෘත්ත තැටියකට, එහි C කේන්ද්‍රය හරහා යන අවල සුමට තිරස් අක්ෂයක් වටා ගුරුත්වය යටතේ දෝලනය වීමට නිදහස සිඹෙයි. P නම් කෙමියෙක් තැටියේ පහළ මී ලක්ෂ්‍යයේ සිටියි; පුළුවන් සැඩියේ ම නිසලව ඇත. කෙමියා හදිසියේ මී, තැටියට සාපේක්ෂව V ඒකාකාර වේගයෙන් තැටියේ තැටිය දිගේ ගමන් කිරීම අරඹයි. තැටියේ ආරම්භක කෝණික වේගය $\frac{V}{11a}$ නම් කෙමියාගේ ස්කන්ධය සොයන්න.

ඒ සඳහා ඇති එක එලියේ දී $\overrightarrow{CP}$ ස්ථිර යටිතල සිරසක් අතර කෝණය θ නම්,

$$121a^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + 22ag - 22ag\cos\theta = 100V^2$$

බව සාධනය කරන්න.