සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

16077

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02
S | I

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. P, Q, R යනු ප්‍රතිස්න්ත ලක්ෂ්‍ය තුනකි. ඒවායේ පිහිටුම් දෙගිස්ස පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OP} = \mathbf{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \mathbf{q}$, $\overrightarrow{OR} = \mathbf{r}$ වෙයි.

$$\mathbf{r} = \alpha\,\mathbf{p} + (1 - \alpha)\mathbf{q}$$

වන පරිදි වූ α සංඛ්‍යාවක් පවතියි ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙළින් BC, CA, AB පාද මත P, Q, R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{BP} = \lambda\,\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{CQ} = \mu\,\overrightarrow{QA}$ හා $\overrightarrow{AR} = \nu\,\overrightarrow{RB}$ වන පරිදි ය. මෙහි $\lambda\mu\nu \neq 0$. $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \mathbf{b}$ ද නම් මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස C ගෙන එය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෙගිස්ස සොයන්න.

ඒ නයින් $\lambda\mu\nu = -1$ ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිශ්-ශූන්‍ය දෙගිස්ස දෙකේ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \mathbf{b}$ ද යැයි ගනිමු. $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) . (\mathbf{a} - \mathbf{b})$ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන්

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = |\mathbf{a}|$, $b = |\mathbf{b}|$ හා $c = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$.

L ලක්ෂ්‍යය තෙවේ ද යත් ACB කෝණයේ සමච්ඡේදකය CL වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වෙයි. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ එක එකක් සමග $\overrightarrow{CL} = \mathbf{l}$ දෙගිස්සයේ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන්

$$\mathbf{l} = \frac{b\,\mathbf{a} + a\,\mathbf{b}}{a + b}$$

බව පෙන්වන්න.

$$CL^2 = ab\left[1 - \frac{c^2}{(a + b)^2}\right]$$

බව අපෝහනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිත්‍ය -ශූන්‍ය දෛශික දෙකේ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, යනු සුරන් කාටීසීය පද්ධතියක පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි. $\mathbf{i} \times \mathbf{j}$ හා $\mathbf{k} \times \mathbf{j}$ ගණයන්න.

ධ්‍රැවය O ද, ආරම්භක රේඛාව Ox ද වශයෙන් ගෙන, ඒවා අනුබද්ධයෙන් Oxy තලයේ වූ A, B, C, ලක්ෂ්‍යවල, ධ්‍රැවීය බණ්ඩාංක (r, α), (r, β) හා $(r, -\alpha)$ වෙයි. මෙහි $\beta > \alpha > 0$ වෙයි. $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ දෛශික සඳහා ප්‍රකාශන $r, \alpha, \beta, \mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

එක් එක් අවස්ථාවේ දී සුදුසු දෛශික දෙකක දෛශික ගුණිතය සැලකීමෙන් $\sin(\beta - \alpha)$ හා $\sin(\beta + \alpha)$ සඳහා ප්‍රසාරණ ලබා ගන්න.

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ නම් $\mathbf{k} \times \mathbf{c} = \mathbf{b}$ බවත් $\mathbf{k} \times \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ බවත් පෙන්වන්න.

4. බර W ද අරය a ද වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් a දිගැති තන්තුවක මඟින් අචල O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබෙයි. බර W ද දිග $4a$ ද වූ ඒකාකාර දණ්ඩක එක් කෙළවරක් එම O ලක්ෂ්‍යයට ම නිදහසේ ඇදා ඇත. දණ්ඩ ගෝලය හා ස්පර්ශ වෙමින් නිසල ව තිබෙයි නම් තන්තුවේත් දණ්ඩේත් සිරසට ආනති එක එකක් $\frac{\pi}{12}$ ව සමාන වන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතතිය $\frac{W \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ බව ද පෙන්වා, ගෝලයත් දණ්ඩත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

5. සමතුලිතතාවේ නොපවතින ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට, නැති නම් තනි යුග්මයකට ඌනෝනය වන බව පෙන්වන්න.

පිළිවෙළින් $P, 4P, 2P, 2P, 3P, 3P$ බල හයක් $ABCDEF$ පවිටි ෂඩස්‍රයෙක AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන්නේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වා ඇති දිශාවලට ය. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනෝනය වන බව පෙන්වන්න. ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිග a නම් යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

ඒ නයින්, සළමු වැනි බල **සහේ** සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

6. AB, BC, CD, DA සමාන, ඒකාකාර දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක් සැදෙන පරිදි ය. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා තිබෙයි. සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ AB හිත් BC හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කැරෙන අවිතනය තන්තුවක් මඟිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර W නම්

(i) C හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට වූ $\frac{W\sqrt{5}}{2}$ බවත්

(ii) D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරස් දිශාවකට වූ $\frac{W}{2}$ බවත්

(iii) යා කැරෙන තන්තුවේ ආතතිය $4W$ බවත්

(iv) B හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට වූ $\frac{W\sqrt{17}}{2}$ බවත්

සාධනය කරන්න.

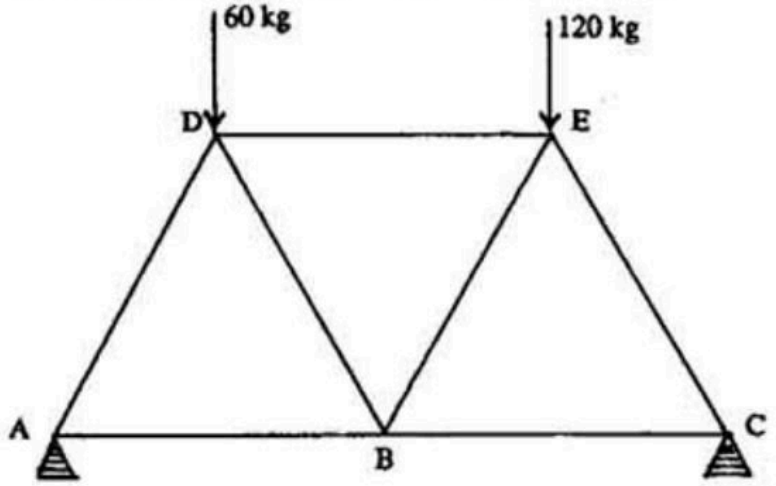
7. අරය a වූ ඒකාකාර ගෝලීය කබොළක් එහි කේන්ද්‍රය වූ O ට $a\cos\alpha$ දුරකින් $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ වූ තලයක් මගින් කොටස් දෙකකට බෙදනු ලැබේ. එවා විශාල කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සම්මිති අක්ෂය මත O ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{a}{2}(1-\cos\alpha)$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කබොළේ එවා විශාල කොටස එම ද්‍රව්‍යයෙන් ම සාදා අරය $a\sin\alpha$ වූ කැටියකින් වසනු ලැබේ. එසේ සෑදුනු සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය O ලක්ෂ්‍යයේ සිට

$$\frac{a(1-\cos\alpha)^2}{3-\cos\alpha}$$

දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

8. රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සුවල ලෙස සන්ධිකළ $AB, BC, CE, BD, BE, DE, AD$ යන සැහැල්ලු සමාන දඬු හතකින් සමන්විත වේ. එය එහි තලය සිරස්ව පිටින ලෙස සහ ABC සිරස්ව පවතින ලෙස A සහ C හිදී නිදහසේ රඳවා ඇති අතර D සහ E හිදී පිළිවෙළින් 60 kg සහ 120 kg භාර දරා සිටියි.



A සහ C හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ආතති සහ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කොට දක්වමින්, එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න.

9. ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක්, සිරසට α කෝණයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට සවිකරන ලද සමාන රළු ඔවින් යුත් ආනත තල දෙකක් මත සිරස්ව පවතින ලෙස තබා ඇත්තේ, සිලින්ඩරයේ අක්ෂය කලවල ඡේදන රේඛාවට සමාන්තර වන ලෙසට ය. සිලින්ඩරය මත , එය, එහි අක්ෂය වටා හැරවීමට යත්න දරණ සූර්ණය M වූ යුග්මයක් යොදා ඇත. සිලින්ඩරයේ බර W ද එහි අරය a ද ඝර්ෂණ කෝණය λ ද වෙයි නම්, සිලින්ඩරය ලිස්සායාමට ආසන්න ම මොහොතේ

$$M = \frac{1}{2} W a \sec\alpha \sin 2\lambda$$

බව පෙන්වන්න.

10. ABC නම් ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක් BC ජලමට්ටමේ පිහිටන ලෙස ද, h ගැඹුරක A පිහිටන ලෙස ද, සිරස්ව ජලයේ ගිල්වා ඇත. පිඩන කේන්ද්‍රය $\frac{h}{2}$ ගැඹුරක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

BC, CA, AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D, E, F වේ.

(i) AEF ත්‍රිකෝණය මත තෙරපුම = $BCEF$ ත්‍රාපීසියම මත තෙරපුම බව ද

(ii) $DEAF$ සමාන්තරස්‍රයේ පිඩන කේන්ද්‍රයේ ගැඹුර $\frac{7h}{12}$ බව ද

පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

11. (අ) විවෘත අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පුරවා, පසුව පැතැලි තහඩුවකින් වසා ඇත. පැතැලි තහඩුව සිරස සමඟ α නම් සුළු කෝණයක් සාදන ලෙසට පද්ධතිය තබා ඇත්තේ, ජලයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යය, පාත්‍රයේ ගැටිය මත ලක්ෂ්‍යයක් වන ලෙසට ය. පාත්‍රයේ විෂ්කම්භය මත තෙරපුමේ විශාලත්වයත්, දිශාවත්, ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

(ආ) විවෘත අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් එහි වක්‍ර ගැටිය සිරස් මේසයක් සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් පවතින ලෙසට තබා ඇත. පාත්‍රයේ ඕර්මයේ වූ කුඩා සිදුරක් තුළින් පාත්‍රය පිරෙන තෙක් එය තුළට ජලය සෙමින් පුරවනු ලැබේ. පාත්‍රයේ බර යටත් පිරිසෙයින් එය තුළ ඇති ජලයේ බරෙන් අර්ධයක් වන් වෙයි නම් පාත්‍රය ඉහළ නොනඟින බව පෙන්වන්න.

12. ද්‍රව්‍යස්ථිති විද්‍යාවේ එන ආකිමිඩීස් මූලධර්මය සඳහන් කොට සාධනය කරන්න.

$AB = AC$ වූ සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණාකාර ABC හරස් කවුස් සහිත ඒකාකාර ලී ප්‍රිස්මයක්, එහි B හරහා වූ දාරය ජල මට්ටමේ පිහිටන ලෙසට ද, C හරහා වූ දාරය ජල මට්ටම ට සහළින් සිටින ලෙසට ද ජලයේ පාවේ.

(i) AC හරහා වන පෘෂ්ඨය සිරස් විය යුතු බව ද,

(ii) ප්‍රිස්මය සැදී ඇති ලී වල විශිෂ්ට ගුරුත්වය $1 - \cos A$ බව ද

සාධනය කරන්න.

16166

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02
S I

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. O, A, B යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය සෝරා ගනු ලබන්නේ $\overrightarrow{OC} = \lambda\mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OD} = \mu\mathbf{b}$ ද වන පරිදි ය. මෙහි $0 < \lambda < 1 < \mu$ වේ. AB රේඛාවත් CD රේඛාවත් E ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වෙයි. $\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{AB}$ දෙගිණික සැලකීමෙන්,

$$\overrightarrow{OE} = (1-\alpha)\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $0 < \alpha < 1$ වේ. ඒ නයින්,

$$(\mu - \lambda)\mathbf{e} = \lambda(\mu - 1)\mathbf{a} + (1 - \lambda)\mu\mathbf{b}$$

බව සාධනය කරන්න. එහි $\mathbf{e} = \overrightarrow{OE}$.

(i) AB හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය E නම් $\dfrac{1}{\lambda} + \dfrac{1}{\mu} = 2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) E යනු CD හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය නම් λ ත් μ ත් සම්බන්ධ කැරෙන සමීකරණය පොයන්න.

(iii) AD හා BC රේඛා,

$$(\lambda\mu - 1)\mathbf{f} = \lambda(\mu - 1)\mathbf{a} - (1 - \lambda)\mu\mathbf{b}$$

යන්නේ දෙනු ලබන $\mathbf{f}$ පිහිටුම් දෛශිකය ඇති F ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වන බව පෙන්වන්න.

F ලක්ෂ්‍යයේ පැවතීම සඳහා වූ අවශ්‍යතාව λ හා μ ඇසුරෙන් සඳහන් කරන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික දෙසේ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$OABC$ යනු චතුස්තලයකි. G හා H යනු

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \mathbf{0} \text{ ද } \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \mathbf{0} \text{ ද}$$

වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි.

(i) BC හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය D නම්, $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{HD}$ බවත්

(ii) $\overrightarrow{OG} = 3\overrightarrow{GH}$ බවත්

(iii) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OG}$ බවත්

(iv) $GA^2 + GB^2 + GC^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 - 5OG^2$ බවත්

පෙන්වන්න.

3. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ නිශ්-ශූන්‍ය දෙඝික දෙකේ $\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ දෙඝික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

A, B, C ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනේ පිහිටුම් දෙඝික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ වෙයි. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$$\frac{1}{2}\left|\ \mathbf{b}\times\mathbf{c} + \mathbf{c}\times\mathbf{a} + \mathbf{a}\times\mathbf{b}\ \right|$$

බව පෙන්වන්න.

$abc \neq 0$ ද Ox, Oy, Oz සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ එල්ලේ වූ ඒකක දෙඝික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ද විට $\mathbf{a} = a\mathbf{i}$, $\mathbf{b} = b\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = c\mathbf{k}$ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
ABC තලයට ලම්බ ඒකක දෙඝික දෙක

$$\pm\ \frac{a^{-1}\mathbf{i} + b^{-1}\mathbf{j} + c^{-1}\mathbf{k}}{\sqrt{a^{-2}+b^{-2}+c^{-2}}}$$

බව පෙන්වන්න.

තව ද, O සිට ABC තලයට ලම්බ දුර,

$$\frac{1}{\sqrt{a^{-2}+b^{-2}+c^{-2}}}$$

බව පෙන්වන්න.

4. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නොවන ඒකතල බල කුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවේ තබා ගනියි නම්, බලවල ක්‍රියාරේඛා එක් ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වන බව පෙන්වන්න.

පාදයක් a ද බර W ද වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක තැඩයෙන් යුක් ඒකාකාර ආස්තරයක් සුමට සිරස් බිත්තියකට ලම්බ සිරස් තලයක නිශ්චලතාවේ පිහිටයි. B ශීර්ෂය බිත්තිය හා ස්පර්ශ වෙමින් ද A ශීර්ෂය, a දිගැසි ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් බිත්තියේ වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ඇද ද තිබෙයි. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී OA තන්තුවක් යවියක්

සිරසක් අතර θ $\left(<\frac{\pi}{12}\right)$ කෝණය,

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. O ලක්ෂ්‍යයකිනුත් O හරහා නොයන l රේඛාවකිනුත් තලයක් නිර්ණය කැරෙයි. එම තලයේ ම පිහිටි වෙනත් m රේඛාවක් එල්ලේ ක්‍රියා කරන P බලයක්, අනන්‍ය ලෙස බල දෙකක් මගින්, එනම් l ඔස්සේ ක්‍රියා කරන එක බලයක් හා O හරහා ක්‍රියා කරන වෙනත් බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ක්‍රියා කරන P_i බලයක්, පිළිවෙළින් ත්‍රිකෝණයේ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $\alpha_i\overrightarrow{BC}$, $\beta_i\overrightarrow{CA}$, $\gamma_i\overrightarrow{AB}$ බල කුන මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව සාධනය කරන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි බල පද්ධතියක් සාදමින් ඉහත සඳහන් $P_i, (i = 1, 2, \ldots, n)$ බල n ගණනක් තිබෙයි නම්,

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i = \sum_{i=1}^{n}\beta_i = \sum_{i=1}^{n}\gamma_i$$

ම නම් පමණක් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ කවර අවශ්‍යතා යටතේ ද?

6. එක එකක දිග $2a$ ද බර W ද වූ දඬු සුමට ලෙස සන්ධි කර තනා ගත් $ABCDE$ පංචාස්‍රයක්, සිරස් තලයක සමමිතික ව රඳවා ඇත්තේ A ඉහළින් ම ද, CD සිරස් ව ද ABත් AEත් සුමට P, Q නාදැති සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් ද පවතින පරිදි ය. එක ම සිරස් මට්ටමේ පිහිටි නාදැති අතර දුර කෙසේ ද යත් පංචාස්‍රය සවිටි ලෙස පවතින අයුරින් වෙයි. නාදැති මත ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

(i) B, C, D, E හි දී ප්‍රතික්‍රියාවල සිරස් සංරචක සමාන ද ඒ එක එකක විශාලත්වය $W \cot \frac{2\pi}{5}$ ද බවත්

(ii) A සන්ධියේ දී ප්‍රතික්‍රියාව, $W\left(\frac{5}{2}\tan\frac{\pi}{5} - \tan\frac{\pi}{10}\right)$ ට සමාන සිරස් බලයක් බවත්

(iii) P හා Q නාදැති අතර දුර $\frac{4a}{5}\left[6\cos^2\frac{\pi}{5} - 1\right]\cos\frac{\pi}{5}$ බවත්

පෙන්වන්න.

7. අරය r වූ සිහින් ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත කම්බියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2r}{\pi}$ දුරකින් සමමිති අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, a අරයෙන් යුක්ත ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

බර W වූ ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත ආස්තරයක අර්ධ-වෘත්ත දරය වටා w බරැති ඒකාකාර සිහින් කම්බියක්, රාමුවක් ලෙස යොද සිඛෙයි. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා ඇති විට AB සරල දරය, යටියත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

$$\frac{W}{w} = \frac{\frac{2}{\pi} - \tan\theta}{\tan\theta - \frac{4}{3\pi}}$$

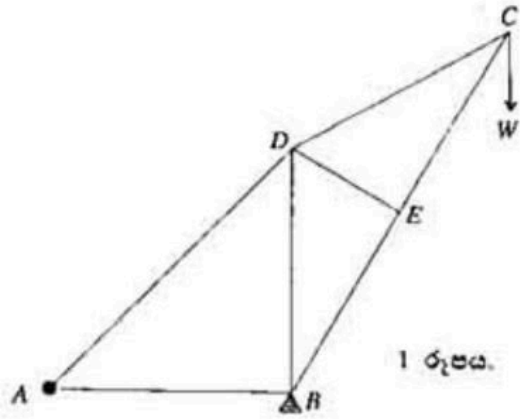
බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්,

$$\frac{4}{3\pi} < \tan\theta < \frac{2}{\pi}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

8. 1 රූපයේ දක්වෙන්නේ, A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍යවල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලඝු දඩු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. A හි දී සුමට ලෙස අසවු කළ රාමුසැකිල්ල A හා එක ම සිරස් මට්ටමේ පිහිටි B හි දී සුමට සිරස් ආධාරකයක් මත රඳ සිඛෙයි.

$AB = DB = DC = 2DE$ ද $A\hat{B}D = \frac{\pi}{2}$, $D\hat{B}E = \frac{\pi}{6}$ ද $BE = EC$ ද වේ. C ලක්ෂ්‍යයෙන් W බර එල්ලා ඇත. A හිත් B හිත් ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. බෝ අංකනය යොද ඔබ ප්‍රතාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, දඬුවල ඇත්තේ ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වර්ග කර දඬුවල ප්‍රතාබල නිර්ණය කරන්න.



1 රූපය.

9. ඝර්ෂණ කෝණය අර්ථ දක්වන්න.

ස්කන්ධය M වූ කුස්සයක්, එහි එක් මුහුණතක් රළු සිරස් බිමක ස්පර්ශ වන සේ තබා ඇත. සිරසට α කෝණයකින් ආනත කුස්සයේ අනෙක් මුහුණත මත m ස්කන්ධයෙන් යුක්ත කුඩා වස්තුවක් සිඛෙයි. සිරස් බලයක් මඟින් වස්තුව පහළට ලිස්සා යාම යම්තම් වළක්වා ඇත. කුස්සය නිශ්චල ව සිඛෙයි. වස්තුවත් කුස්සයත් අතර ඝර්ෂණ කෝණය λ $(<\alpha)$ වේ. කුස්සයත් සිරස් බිමත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්

$$\mu \geq \frac{m}{M+m}\tan(\alpha - \lambda)$$

බව පෙන්වන්න.

කුස්සය නිශ්චල ව සිඛෙන විට, $\left(\alpha + \lambda < \frac{\pi}{2}\right)$, වස්තුව ඉහළට ලිස්සා යාමට ආසන්න ම අවස්ථාවේ පවතියි නම් μ ව සිදිය යුතු අඩුතම අගය සොයන්න.

10. පාදයක් a වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍ර ආස්තරයක්, ද්‍රව්‍යක ගිල්වා ඇත්තේ AB පාදය ද්‍රව පෘෂ්ඨයේ සිඛෙන සේ සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන පරිදි ය. AB හිත් CD හිත් මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍ය යා කරෙන රේඛාව මත $\frac{2a}{3}\cos\theta$ දැඹුරකින් පිඩන කේන්ද්‍රය පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඝනකාකාර පෙට්ටියක එක් මුහුණතක් එක දරයක් වටා අසවූ කර සිඛෙයි. පෙට්ටිය සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයෙන් පුරවා, අසවූ කළ මුහුණත සිරස් ව සිඛෙන සේ ද අසවූ රේඛාව එම මුහුණතේ ඉහළ සිරස් පාදයේ පිහිටන සේ ද රඳවා ගෙන ඇත. ඉන්පසු පෙට්ටිය, එහි හරී අඩක් ගිලෙන තෙක් විශිෂ්ට ගුරුත්වය σ වූ වෙනත් ද්‍රව්‍යක සිරස් ලෙස ගිල්වනු ලැබෙයි.

$\sigma = 3\frac{1}{3}$ නම් අසවූ කළ මුහුණත නිදහස් ලෙස යම්තුලිකාවේ පවතින බව පෙන්වන්න.

11. තල වර්ගඵලයක් සහ බර සමජාතීය ද්‍රව්‍යක තෙරපුම්, වර්ගඵලයේක් කේන්ද්‍රකයේ දී පිඩනයේක් ගුණිතයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

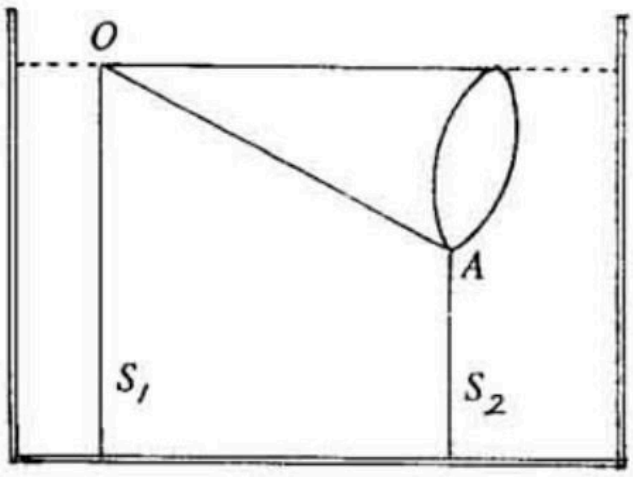
අරය a ද දිග l ද වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ජලයේ ඉපිලෙන්නේ, එහි අක්ෂය ජල පෘෂ්ඨයේ සිහිටන පරිදි ය. අක්ෂය හරහා යන සිරස් තලයෙන් එක් පසෙක (පැත්තක) වූ තෙත් වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස සහ සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුමේ විශාලත්වය

$$\frac{a^2 l\rho g}{4}\sqrt{\pi^2+4}$$

බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුමේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

12. ද්‍රව්‍යස්ථිතිකයෙහි ආකිමිඩීස් මූලධර්මය ප්‍රකාශකර සාධනය කරන්න.

සිරස් කෝණය 2θ ද විශිෂ්ට ගුරුත්වය $s(<1)$ ද වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක් ජලයේ සම්පූර්ණයෙන් ම ගිල්වා ඇත්තේ එහි ආනතයක් ජල පෘෂ්ඨයේ සිඛෙන සේ ය. කේතුව සමතුලිතතා පිහිටීමේ රඳවා සිඛෙන්නේ O ශීර්ෂයටත් ආධාරකයේ පහළ ම A ලක්ෂ්‍යයටත් පිළිවෙලින් ඇදූ S_1 , S_2 සිරස් තන්තු දෙක මඟිනි. එක් එක් තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර භාජනයේ පතුලට සම්බන්ධ කර සිඛෙයි. [2 රූපය]



2 රූපය

තන්තු දෙක ම නොබුරුල් ව ඇත් නම් S_2 තන්තුවේ ආතතිය

$$\frac{3W}{4}\left(\frac{1}{s}-1\right)\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}$$

බව පෙන්වන්න. එහි W යනු කේතුවේ බර යි.

අනෙක් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. ඒ නයින්, $\theta > \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

16165

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II
(02) Applied Mathematics II

02
S II

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) v යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට $y = \frac{v}{x}$ ආදේශය මඟින්

$$x\frac{dy}{dx} + y = x^2y^3$$

අවකල සමීකරණයේ විසඳුම

$$x^2 e^{\frac{1}{x^2y^2}} = \text{නියතයක්}$$

යන ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(ආ) Oxy - තලයේ පිහිටි වක්‍රයක් කෙසේ ද යත් එය $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අතර වක්‍රයේ එක් එක් (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්පර්ශක රේඛාවට, $2xy^2$ යන y - අන්තඃඛණ්ඩයක් සිඟින පරිදි ය. වක්‍රයේ සමීකරණය සොයන්න.

2 (අ) AB සරල රේඛාවේ චලනය වන අංශුවක් $\overrightarrow{AB}$ දිශාව ඔස්සේ $t = 0$ වේලාවේ දී A ලක්ෂ්‍යයෙන් ආරම්භ වෙයි. u හා f යනු ධන නියත විට t වේලාවේ දී අංශුවේ ප්‍රවේගය,

$$v(t) = u - ft \text{ වේ.}$$

අංශුව, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$ දිශා ඔස්සේ B ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නේ පිළිවෙළින් t_1, t_2 වේලාවල දිය. ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(i) $\frac{t_1 + t_2}{2}$ වේලාවේ දී, ප්‍රවේගය ශූන්‍ය වන බවත්

(ii) $\frac{u}{f} < t_2 < \frac{2u}{f}$ බවත්

පෙන්වන්න.

(ආ) අංශුවක්, $t = 0$ වේලාවේ දී පොළොවේ සිට u ප්‍රවේගයකින් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. අංශුවක් පොළොවක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e (< 1) නම්, සියලු ම $t > 0$ සඳහා අංශුවේ වලිතයෙහි ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. නිශ්චලතාවට ඒමට පෙර අංශුව ගමන් කළ මුළු දුර සොයන්න.

3. සරල රේඛාවක් ඔස්සේ v වේගයෙන් චලනය වන අංශුවක් t වේලාවේ දී ඒකක ස්කන්ධයට kv^n $(n > 2)$ ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය කැරෙයි. මෙහි k යනු ධන නියතයකි.

$$x = \frac{v^{2-n} - u^{2-n}}{k(n-2)}$$

යනු t වේලාවේ දී අංශුව ගමන් කළ දුර ද u යනු $t = 0$ වේලාවේ දී වේගය ද නම්, අංශුව මත ක්‍රියා කරන එක ම බලය ප්‍රතිරෝධය පමණක් බව සාධනය කරන්න.

$$t = \frac{1}{(n-1)k\,u^{n-1}}\left[\left\{1 + (n-2)\,k\,x\,u^{n-2}\right\}^{\left(\frac{n-1}{n-2}\right)} - 1\right]$$

බව පෙන්වන්න.

4. (අ) පිඹිකරුවෙක් W කඳුල්ලේ ද පන්දු රසිත්තෙක් ඇත පිටියේ F ලක්ෂ්‍යයේ ද සිටියි. පිඹිකරුවා පහර දුන් පන්දුවක් $\overrightarrow{WF}$ සමඟ α කෝණයක් සාදන සිරස් දිශාවකට ගමන් කරන්නේ, පන්දු රසිත්තාට දුවන්නට හැකි වේගය මෙන් $1\frac{1}{2}$ ක වේගයකිනි. පන්දුව හැකි ඉක්මනින් රැක ගැනීම සඳහා පන්දු රසිත්තා එක වරට ම තම ඉහළ ම වේගයෙන් දුවන්නට පටන් ගනිමොත් ඔහු දිවිය යුතු දිශාව පොයන්න. පන්දුව, පොළොවට සමාන්තර ලෙස නියත ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ගමන් කරන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන්න. පන්දු රසිත්තා එසේ සිරිමේ දී මීටර s දුරක් දිව ගියේ නම්, $\alpha < \sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ විට

$$\left|\overrightarrow{WF}\right| = \text{මීටර } \frac{s}{2}\left[\sqrt{4 - 9\sin^2\alpha} + 3\cos\alpha\right]$$

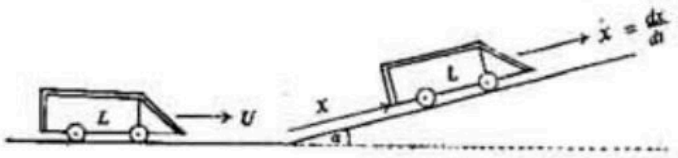
බව පෙන්වන්න.

(ආ) A හා B වීක් බෝල දෙකක්, එක ම නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයක් ඇති ව පුමට සිරස් වෘත්තාකාර ඇලියක ගමන් කරයි. මීනෑ ම මොහොතක දී AB ජ්‍යායේ කෝණික ප්‍රවේගය පොයන්න.

5 ස්කන්ධය M kg වන L මෝටර් ලොරියක් H kW නියත ශ්‍රේෂ්ඨාවකින් ක්‍රියා කරමින්, U ms^{-1} නියත වේගයක් ඇති ව සරල සිරස් පාරක ගමන් කරයි. වලිකයට ප්‍රතිරෝධය R kg බර වේ. ලොරිය ඊළඟට සිරසට α ආනතියක් සහිත තවත් පාමුලට (රූපය බලන්න) පැමිණෙයි. ගුරුත්වය හැරුණු විට පාරේ එම කොටසේ වලිකයට ප්‍රතිරෝධය S ($> R$) kg බර වේ. කිසියම් වේලාවකට පසු කඳු සහිත පාරේ දී ලොරිය V ms^{-1} නියත වේගයක් ලබා ගනියි. එවිට ලොරිය ක්‍රියා කරන ශ්‍රේෂ්ඨාව නැවතත් H kW ට සමාන වෙයි. $S = 2M\sin\alpha$ බව දී තිබෙයි නම්

$$V = \left(\frac{1000\,H}{3Mg}\right)\operatorname{cosec}\alpha$$

බව පෙන්වන්න.



මීටර d දුරක් පුරා, වේගය U සිට V තෙක් විචලනය වන විට P ප්‍රකර්ෂණ බලය, එහි මුල් නියත අගයේ සිට ඊළඟ නියත අගය තෙක්, x ($< d$) දුර සමඟ ඒකාකාර ලෙස විචලනය වෙයි. P සොයා

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = \left(\frac{3S}{2} - R\right)\left(\frac{x}{d} - 1\right)g$$

අවකල සමීකරණය ලබා-ගන්න.

6 M ස්කන්ධයෙන් ද α $\left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් පුමට කුඳුඳුයකට එහි දරයට ලම්බ දිශාවක් ඔස්සේ පුමට සිරස් තලයක විලනය වීමට නිදහස ඇත. ස්කන්ධය kM ($k \geq 1$) වූ අංගුවක් V ප්‍රවේගයෙන් කුඳුඳුයෙහි මුහුණතේ කෙළින් ම ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. අංගුවේ වලිතය, ආනත මුහුණතේ වැඩිතම ඛැවුම් රේඛාව දිගේ සිදු වෙතැ යි උපකල්පනය කරමින්, මීනෑ ම මොහොතක දී කුඳුඳුයත් අංගුවත් අතර R ප්‍රතික්‍රියාව පොයන්න. අංගුව T කාලයේ දී ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙයි නම්,

$$T = \frac{2V}{g(1+k)}\left(\frac{1+k\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්,

$$T \geq \frac{4V}{g}\left(\frac{1}{k^{\frac{1}{2}} + k^{-\frac{1}{2}}}\right)$$

බව අපෝහනය කරන්න.

7. අරය a ද කේන්ද්‍රය O ද වන අචල ගෝලීය කබොළක ප්‍රමට ඇතුළු පෘෂ්ඨය මතට A ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුව හෙළනු ලැබෙයි. අංශුව, අනුයාත වශයෙන් B, B' ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දී කබොළේ ගැටෙයි. මෙහි BB' සිරස් ය. ඉන්පසු අංශුව සිරස් ලෙස උඩු අතට චලනය වී කබොළේ A' ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙයි. AA' ට BB' සමාන්තර වේ. ගැටුම් කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථයි. සිරසට OA හි θ ආනතිය,

$$\cos^2\theta = \frac{1}{4}(1+\sqrt{2})$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P හේ චලිතය ආවර්තක බව පෙන්වා එහි කාලාවර්තය සොයන්න.

8 ඉරුක්වය යටිකුරු සිරස් ලෙස වැටෙන කුඩා අරයකින් යුක්ත ඒකාකාර ගෝලීය වීක් බෝලයක්, තල මුහුණත ප්‍රමට විශාල සිරස් බිමක පිහිටා නිසල ව තිබෙන a අරයෙන් යුක්ත ඒකාකාර සන ප්‍රමට අර්ධ-ගෝලයක් මතට වැටෙයි. අර්ධ-ගෝලයේ ස්කන්ධය වීක් බෝලයේ ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයකි. ඝට්ටනය කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථයි. ගැටුම් මොහොතේ දී කේන්ද්‍ර රේඛාව උඩු සිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ කෝණයක් සාදයි. ගැටුමට මොහොතකට පෙර වීක් බෝලයේ වේගය u ය.

(i) අර්ධ-ගෝලය සමඟ ගැටීමෙන් මොහොතකට පසු වීක් බෝලයෙහි ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න.

(ii) වීක් බෝලයක් බිමක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(<1)$ නම්, වීක් බෝලය බිමක් සමඟ පළමු ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු බෝලයෙහි ප්‍රවේගයේ සිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින්

$$u\sqrt{\frac{2}{3}} \quad \text{ද} \quad e\left[2ag\sqrt{\frac{3}{5}}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{ද}$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, කිසියම් වේලාවකට පසුව වීක් බෝලයේ ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය යළිත් වරක් අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න.

9. ස්කන්ධය m වූ බර අංශුවක්, ස්වාභාවික දිග l වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ගැට ගසා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර A හි දී අචල ව තබා ඇත. A හි සිට මුදා හරිනු ලබන අංශුව ගුරුත්වය යටතේ වැටෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λmg නම්, වලිතයෙන් කොටසක්,

$$\frac{l}{\lambda}\left[1+2\lambda\right]^{\frac{1}{2}}$$

විස්තාරය සහිත සරල අනුවර්ති චලිතයක් බව පෙන්වන්න.

තව ද,

$$\sqrt{\frac{8l}{g}}\left[1+\frac{1}{\sqrt{2\lambda}}\left(\pi-\tan^{-1}\sqrt{2\lambda}\right)\right]$$

කාලයෙන් දී අංශුව, A ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන බව සාධනය කරන්න.

10 එක එකක ස්කන්ධය m වන A, B, C, D යන සමාන අංශු හතරක්, සමාන අවිනම්‍ය ප්‍රත්‍යු තන්තු හතරකින් සම්බන්ධ කර තිබෙයි. තන්තු, පාද වශයෙන් ඇති රොම්බසයක සොත්වල වූ අංශු මේසයක් මත තබා ඇත.
BAD කෝණය $= 2\alpha$. A අංශුවට CA දිශාවෙහි පිටී අතට වූ I ආවේගයක් ලැබෙයි. CA හා BD දිශාවලට සමාන්තර B හේ ආරම්භක ප්‍රවේගයේ සංරචක පිළිවෙළින් u ද v ද වෙයි.

$$u = \frac{I}{4m} \quad \text{බව ද} \qquad v = \frac{I}{4m}\sin 2\alpha \quad \text{බව ද}$$

පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, එක් එක් තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

11. දුම්රිය එන්ජිමක්, b පළලින් යුත් රේල් පාරක වෘත්තාකාර වංගුවක V නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. එන්ජිමේ G ගුරුත්වකයෙන්, r අරයෙන් යුත් සිරස් වෘත්තයක් සලකනු ලැබේ. රේල් පිලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම් අභිශූන්‍ය කිරීමට ඇතුළත රේල් පිල්ලට වඩා $\frac{bV^2}{\sqrt{V^4 + g^2r^2}}$ උසකට පිටත රේල් පිල්ල එසවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

එන්ජිම, ඉහත වෘත්තාකාර රේල් පාරේ V_1 $(< V)$ නියත වේගයෙන් ගමන් කරන විට පිලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම් $\mathbf{F}_1$ වේ. නියත වේගය V_2 $(> V)$ වන විට පිලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම් $\mathbf{F}_2$ වේ. එන්ජිමේ ස්කන්ධය M වෙයි නම් $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ සොයන්න. මෙම අවස්ථා දෙකේ දී පාර්ශ්වික තෙරපුමේ විශාලත්වය සමාන වන විට

$$V > (V_1V_2)^{\frac{1}{2}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

12. ස්කන්ධය m ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක හැඩයෙන් යුත් කප්පියක, එහි තලයට ලම්බ කප්පියේ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය $\frac{ma^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

යුනු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙ කෙළවරට $\frac{3}{4}m$ හා $\frac{1}{4}m$ ස්කන්ධ දෙක ඇද සිඹෙයි. අවල අක්ෂය වටා සිරස් තලයෙක භ්‍රමණය වීමට නිදහස ඇති කප්පිය උඩින් තන්තුව යවා ඇත. කප්පිය මත තන්තුව ලිස්සා නොයයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොදා ගනිමින්

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \left(\frac{2g}{3a}\right)\theta$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේ දී කප්පිය හැරුණු කෝණයයි.

තන්තුවේ සිරස් සංරචක දෙකේ ආකෘති ද, අක්ෂයේ දී ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.