සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved)

№ 20018

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1991
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1991

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I (02) Applied Mathematics I	02		
	S	I	

පැ තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. O, A, B, C යනු O, A, B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නොවන පරිදි වූ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය හතරකි. α හා β යනු නිශ්ශූන්‍ය සංඛ්‍යා වීට $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$ වේ.

(i) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma\mathbf{a}$ වන පරිදි ය. $\overrightarrow{DC} = \delta\mathbf{b}$ වන අයුරින් γ හිත් δ හිත් අඟයන් සොයන්න.

(ii) α, β, $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\alpha + \beta = 1$ නම්, A, B, C ලක්ෂ්‍ය ඒක-රේඛීය බව පෙන්වන්න. තව ද, A ත් B ත් අතර C පිහිටන බව දී ඇති නම්, α ඇසුරෙන් පමණක් $AC : CB$ අනුපාතය ප්‍රකාශ කර, $0 < \alpha < 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) P, Q යනු $\overrightarrow{OP} = 2\mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OQ} = \frac{2}{3}\mathbf{b}$ ද වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. AB හිත් PQ හිත් ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R ය. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OR}$ ප්‍රකාශ කර, $AR : RB$ හා $PR : RQ$ යන අනුපාත සොයන්න.

2. (අ) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකේ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. පහත යඳහන් ඒවා පිණිටුවන්න :

(i) $(-\mathbf{a})\cdot\mathbf{b} = \mathbf{a}\cdot(-\mathbf{b}) = -\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$

(ii) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ලම්බ නම් ම පමණක් $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 0$

$\mathbf{e}$ යනු ඒකක දෛශිකයක් නම් $\mathbf{e}\cdot\mathbf{b}$ ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ යන ඕනෑ ම දෛශික තුනක් සඳහා

$$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} + \mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$$

බව පෙන්වන්න.

(ආ) ABC යනු ත්‍රිකෝණයකි. අදිශ ගුණිතය පිළිබඳ ඉණ භාවිත කර, ABC ත්‍රිකෝණයේ, A, B, C යන ශීර්ෂවල සිට පිළිවෙළින් BC, CA, AB පාදවලට ඇඳි AL, BM, CN ලම්බ ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනා දෛශික දෙකෙහි $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$Oxyz$ යනු සුරත් සෘජුකෝණාස්‍ර කාර්තීය මණ්ඩාංක පද්ධතියකි. $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික යි.

$\mathbf{i} \times \mathbf{i}$ සහ $\mathbf{k} \times \mathbf{j}$ සොයන්න.

O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්,

$$\mathbf{p} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k},$$
$$\mathbf{q} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$
$$\mathbf{r} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

වේ. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ S ලක්ෂ්‍යයේ $\mathbf{s}$ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

තව ද

(i) $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PS}$ ද

(ii) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද

(iii) $PQRS$ තලයට ලම්බ ඒකක දෛශිකය ද

සොයන්න.

4. බර W වූ ද G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙන් දණ්ඩ a හා b දිගැති කොටස් දෙකකට බෙදන්නාවූ ද AB දණ්ඩක දෙකෙළවරට l $(> a + b)$ දිග ලුහු අවිතනා තන්තුවක් ගැට ගසා සිටිමි. තන්තුව, තුඩා සුමට P නාදත්තක් උඩින් යවා දණ්ඩ සමතුලිතතාවේ තබා ඇත.

(අ) (i) $A\hat{P}G = B\hat{P}G$ බව ද

(ii) $\cos A\hat{P}G = \dfrac{a+b}{2l}\left[\dfrac{l^2 - (a+b)^2}{ab}\right]^{\frac{1}{2}}$ බව ද

පෙන්වන්න.

(ආ) තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. n ඒකතල බල පද්ධතියක r වැනි (X_r, Y_r) බලය, තලයේ වූ Oxy සෘජුකෝණාස්‍ර කාර්තීය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් $A_r \equiv (x_r, y_r)$, $r = 1, 2 \ldots n$, ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරයි.

$P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා බල පද්ධතියේ G_p සූර්ණය,

$$G_p = G_o - xY + yX$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි

$$G_o = \sum_{r=1}^{n} (x_r\, Y_r - y_r\, X_r), \quad X = \sum_{r=1}^{n} X_r, \quad Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r.$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා CA පාද පිළිවෙලින් $x + y = a$, $y - x = a$ හා $y = 2a$ මඟින් දෙනු ලැබේ: මෙහි $a > o$. විශාලත්වය R, R හා S වූ ද පිළිවෙලින් AB, BC හා CA ඔස්සේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරන්නා වූ ද බල තුනකින් හා සූර්ණය $2aS$ වූද ABC ත්‍රිකෝණයෙහි තලයේ ACB අභිදිශාවට ක්‍රියා කරන්නා වූද යුග්මයකින් පද්ධතියක් සමතුලිත වෙයි. $S = \sqrt{2}\,R$ නම් පද්ධතිය, තනි බලයකට ඌනතාය වන බව පෙන්වා, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$S = \sqrt{2}\,R$ වීට කිමෙක් සිදු වෙයි ද?

6. එක එකක බර W ද දිග $2a$ ද වන AB සහ AC සමාන, ඒකාකාර දඬු දෙකක් A හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර, B සහ C දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටන සේ සිරස් තලයක තබා ඇත. සමතුලිතතාව පවත්වා ගන්නේ C ලක්ෂ්‍යයත් AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කැරෙන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟිනි. එක් එක් දණ්ඩ තිරස සමඟ $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයක් සාදයි. තන්තුවේ ආතතිය,

$$T = \frac{W}{4} \sqrt{1 + 9 \cot^2 \alpha}$$

බව පෙන්වන්න.

A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.

7. ආධාරකයේ අරය r ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර සෘජුවෘත්තාකාර සත, ඝනකුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, පීඨයේ සිට $\frac{3}{4} r \cot \alpha$ දුරකින් අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

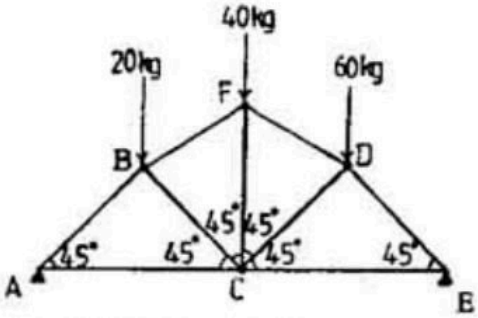
ඒකාකාර සෘජුවෘත්තාකාර සත ඝනකුවක ඝන්නකයක, වෘත්තාකාර දෙකෙළවරේ අරයන් a හා λa $(\lambda > 1)$ ද උස h ද වෙයි. කුඩාතම ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ඝන්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර

$$\frac{h}{4} \left(\frac{3\lambda^2 + 2\lambda + 1}{\lambda^2 + \lambda + 1} \right)$$

බව පෙන්වන්න.

කුඩාතම ආධාරකයෙහි පරිධියේ වූ ලක්ෂ්‍යයකින් ඝන්නකය නිදහස් ලෙස එල්ලනු ලැබෙයි. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී අක්ෂය, සිරසට $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයෙකින් ආනත වෙයි. $\tan \alpha$ සොයන්න.

8.



ඉහත දක්වෙන පරිදි B, F හා D සන්ධිවල දී භාරයන් යෙදූ ලුහු දඬුවලින් යුත් රාමු සැකිල්ලක් රූපයෙන් නිරූපණය වෙයි. AC හා CE තිරස් ය. ඒ එක එකක් මීටර 10 ක් දිග ය. $CF =$ මීටර 8 යි. තව ද $AB = BC = CD = DE$ වන අතර $BF = FD$ වේ. A හිත් E හිත් ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි උපකල්පනය කරමින් ඒවා ගණනය කරන්න.

A සන්ධියෙන් ආරම්භ කර ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිශ්චය කරන්න.

9. බර W වූ ද දිග $2a$ වූ ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවකට ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද හේත්තු වන සේ තිරසට α කෝණයකින් තබා ඇත. දණ්ඩ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. A හි දීත් B හි දීත් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ (< 1) වෙයි. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්

$$\tan \alpha = \frac{1 - \mu^2}{2\mu}$$

බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ $(< \alpha)$ නම් ද දණ්ඩ පහළට ලිස්සා යාම යන්තම් වැළැක්වෙන පරිදි M ස්කන්ධයෙන් යුත් යුග්මයක් දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යොදන්නේ නම් ද

$$(1 + \mu^2) M = (1 - 2\mu \tan \theta - \mu^2) Wa \cos \theta$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍ර ආස්තරයක්, ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රව්‍යයක ගිල්වා ඇත්තේ එහි දිගළ AB දාරය තිරස් ව ද BC සිරස් ව ද පිහිටන පරිදි ය. AB හි දිග $= b$ ද BC හි දිග $= a$ ද වෙයි. AB ඇත්තේ ද්‍රව පෘෂ්ඨයට පහළින් h ගැඹුරකින් නම්, පීඩන කේන්ද්‍රය AB ට පහළින්

$$\frac{a}{3}\,\frac{(2a+3h)}{(a+2h)}$$

ගැඹුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් AB පාදය ද්‍රව පෘෂ්ඨයට එන තෙක් $ABCD$ ආස්තරය සිරස් ලෙස ඔසවනු ලැබේ. BD විකර්ණය වටා නිදහස් ලෙස භැරෙන්නට හැකි වන පරිදි ආස්තරය විචර්තනී කළ හොත්, එය BD වටා භ්‍රමණය වීම වළක්වා-ලීමට අවශ්‍ය යුග්මයේ සූර්ණය

$$\frac{1}{12}\,\frac{a^3\,b^2\,\rho\,g}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

බව පෙන්වන්න.

11. උය h ද සිරස් කෝණය 60° ද වන සෘජුවෘත්ත කේතුවක් ජලයේ ගිල්වා ඇත්තේ එහි ශීර්ෂය ජලය පෘෂ්ඨයේ පිහිටන ලෙසත් එහි අක්ෂය තිරස සමග 60° කෝණයක් සාදන ලෙසත් ය. කේතුවෙන් විස්ථාපනය වන ජලයේ බර W නම්,

(i) කේතුවේ ආධාරකය මත තෙරපුම $\frac{3\sqrt{3}}{2}\,W$ බව ද,

(ii) කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුම $\frac{\sqrt{13}}{2}\,W$ බව ද,

පෙන්වන්න.

වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ දිශාව කිමෙක් ද?

12. ද්‍රව්ස්ථිති විද්‍යාවේ එන ආකිමිඩීස් මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒකාකාර ඝනජ ප්‍රිස්මයක භරස්-කඩ වතුයේ ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි. එහි $AB = BC$. ප්‍රිස්මයේ විශිෂ්ට ගුරුත්වය σ (<1) ය. A ලක්ෂ්‍යය ඉහළින් ම පිහිටන සේ ප්‍රිස්මය ආංශික වශයෙන් ජලයේ ගිල්වා ඇත. ජල පෘෂ්ඨයෙහි අවල ව තබා ඇති C හරහා යන දාරය වටා ප්‍රිස්මයට භැරෙන්නට නිදහස තිබෙයි යටිඅස් සිරස සමඟ BC හි ආනතිය θ නම්, සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී θ,

$$\cot^3\theta + (2-\sigma)\cot\theta - 2\sigma = 0$$

සමීකරණය සපුරා-ලන බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved)

№ 20018

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1991 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1991

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II **(02) Applied Mathematics II**	**02** **S II**

පැය තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) $\frac{dy}{dx} = \frac{y(x-1)(y+2)}{x(y-1)(x+2)}$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $2x + 3y = u$ ආදේශය මඟින්

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x + 3y + 4}{4x + 6y + 1}$$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(iii) v යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට $y = vx$ ආදේශය මඟින්

$$x\frac{dy}{dx} = y + x\cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

2. සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ධාවනය කරෙන බස් රථයක රියදුරෙක්, එයට ඉදිරියෙන් ඇති H බස් නැවතුම් පොළේ බස් රථයට නොඩ වීමට බලාපොරොත්තුවෙන් සිටින මඟියකු දකියි. $AH = a$ වන පරිදි වූ A නම් ලක්ෂ්‍යයට එළැඹෙන විට බස් රථයේ ප්‍රවේගය u ms^{-1} වේය. H හි දී බස් රථය නවතින පරිදි $AB = BC = CH$ වන සේ වූ A, B, C යන ලක්ෂ්‍යවල දී රියැදුරු පිට පිට ම තිරිංග යොදයි. AB, BC හා CH ප්‍රාන්තවල දී, බස් රථයේ මන්දන පිළිවෙලින් f, $2f$ හා $3f$ ms^{-2} වෙයි. බස් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයක් අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරෙකින් හෝ $f = \frac{u^2}{4a}$ බව පෙන්වන්න.

B හා C ලක්ෂ්‍ය වෙත පැමිණීමේ දී බස් රථයේ ප්‍රවේගය, u ඇසුරෙන් සොයන්න. A සිට H තෙක් යාමට ගත වන මුළු කාලය,

$$\frac{4a}{u}\left[1 - \frac{(\sqrt{30} + \sqrt{2})}{12}\right]$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. සරල රේඛාවක් දිගේ වලනය වන අංශුවක්, ඒකක ස්කන්ධයට kv^3 ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය කෙරෙයි. මෙහි v යනු අංශුවේ වේගය ද k යනු නියතයක් ද වෙයි. අංශුව මත ක්‍රියා කරන එක ම බලය ප්‍රතිරෝධය නම් ගමන් කළ x දුර ඇසුරෙන් v ත් t කාලයත් දෙනු ලබන්නේ

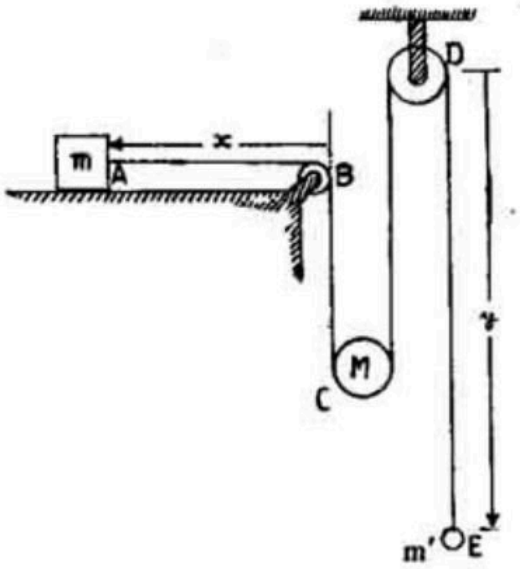
$$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + kx.$$

$$t = \frac{x}{u} + \frac{1}{2}kx^2,$$

සමීකරණ මඟින් බව පෙන්වන්න. එහි u යනු $t = 0$ මොහොතේ දී වේගය යි.

රසිපලයක් යොදා ගෙන කරන ලද එක්තරා පරීක්ෂණයක දී, රසිපලයේ කටෙන් උණ්ඩය නිකුත් වූයේ $800\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ වේගයෙන් බව ද මීටර 100 ක් ගමන් කළ පසු උණ්ඩයේ වේගය $780\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ තෙක් අඩු වූ බව ද නිමාණය කරන ලදී. උණ්ඩයේ චලිතයට ඇති වන ප්‍රතිරෝධය v^3 ට සමානුපාතික වේ යැ යි උපකල්පනය කරමින් ද ඉරුක්වය නොසලකා හරිමින් ද මීටර 1 000 ක් ගමන් කිරීම සඳහා උණ්ඩයට ගත වන කාලය ආසන්න වශයෙන් තත්පර 1.41 ක් බව පෙන්වන්න.

4.



ඉහත රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ, අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත වන m ස්කන්ධයෙන් යුත් A වස්තුවක් m' ස්කන්ධයෙන් යුත් E අංශුවක් යා කෙරෙන $ABCDE$ දුනු අවිතන්‍ය නත්තුව සමග කුඩා කප්පිවල සැකසුමකි. B හා D යන අචල සුමට කප්පි උඩින් නත්තුව යවා ඇත. C යනු නත්තුවේ කොටස් දෙක මඟින් දරා සිටින ස්කන්ධය M වන චල සුමට කප්පියකි. නත්තුවේ AB කොටස තිරස් වන අතර BC, CD හා DE කොටස් සිරස් ය. t කාලයේ දී පිළිවෙලින් AB හා DE කොටස්වල දිග x ද y ද නම් m, m' හා M ස්කන්ධ සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. නත්තුවේ T ආතතිය

$$T\left[\frac{4}{M} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right] = 3g$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්

$$\frac{2}{M} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$$

නම් C කප්පිය ස්ථාවර ව පවතින බව පෙන්වන්න.

5. ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක එන්ජිමක්, මෝටර් රථය චලනය වන විට වෙව් H නියත ප්‍රවයක් නිපදවයි. රථයේ චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය නියත යි. සමතල පාරක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය V m s^{-1} ය.

(i) තිරසට α කෝණයකින් ආනත පාරක් දිගේ කෙළින් ම ඉහළටත්

(ii) $\sin \alpha < \frac{H}{MVg}$ වෙයි නම්, එම පාර දිගේ කෙළින් ම පහළටත්

චලනය වන විට මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න.

ආනත පාරේ පහළට එන විට උපරිම වේගය, එම පාරේ ඉහළට යන විට උපරිම වේගය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි නම් පාරේ තිරසට α ආනතිය, $\sin \alpha = \frac{H}{3MVg}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෝටර් රථය ආනත පාරේ පහළට චලනය වෙයි නම් ද එහි වේගය V නම් ද රථයේ ත්වරණය කීමෙක් ද?

6. අභ්‍යාසයක්, පැය T කාලයක ගමනක් (පියාසැරුමක්) සඳහා ප්‍රමාණවත් ඉන්ධන රැගෙන යයි. නියත කාලගුණයක් තිබෙන විට එහි වේගය u km h^{-1} ය. අභ්‍යාසයේ ගමන් (පියාසර) මඟ වෙනස් කිරීම සඳහා ඔන වත්තේ නොගිණිය හැකි තරම් කාලයක් යැයි උපකල්පනය කරමින් උතුරේ සිට දකුණු දිශාවට v ($<u$) km h^{-1} වේගයකින් හමන සුළඟක් ඇති විට, θ° උතුරෙන් නැගෙනහිර දිශාවට අභ්‍යාසයේ ක්‍රියාත්මක පරාසය (පිටතට යාම හා ආපසු ඒම),

$$R = \frac{T}{2} \frac{(u^2 - v^2)}{\sqrt{(u^2 - v^2 \sin^2 \theta)}}$$

බව පෙන්වන්න.

R පරාසය උපරිමයක් වන්නේ θ හි කවර අගයක් සඳහා ද?

උපරිම පරාසයක් ලබා ගනු වස්, පිටතට පියාසැරුමේ දීත් ආපසු පියාසැරුමේ දීත් අභ්‍යාසය හැසිරවිය යුත්තේ කවර දිගංගවලින් ද?

7. සුමට ගෝලයක්, නිශ්චලතාවේ තිබෙන ඒ හා සමාන තවත් ගෝලයක් සමඟ ගැටීමට සැලැස්වෙන්නේ, ගැටුම් මොහොතේ දී ඒවායේ කේන්ද්‍ර රේඛාව සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකිනි. e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි. චලනය වන ගෝලයේ චලිත දිශාව,

$$\tan \phi = \frac{(1 + e)\, x}{1 - e + 2x^2}$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන ϕ කෝණයකින් අපගමනය වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $x = \tan \theta$.

θ හි වෙනස් අගයන් සඳහා, $x = \sqrt{\frac{1 - e}{2}}$ විට ϕ_0 උපරිම අපගමනය ඇති වන බව අපෝහනය කරන්න. ϕ_0 සොයන්න.

8. දුර පනින ක්‍රීඩකයකුට, පොළොවෙන් ඉවත් ව යන මොහොතේ දී (ඔහුගේ දිවීම නිසා) u කිරස් ප්‍රවේගයකුත් සමඟ (ඔහුගේ පැනීම නිසා) තිරසට θ කෝණයකින් ආනත λu ප්‍රවේගයකුත් තිබේ. ඔහු පනින l කිරස් දුර,

$$l = \frac{2u^2\lambda}{g} (1 + \lambda \cos \theta) \sin \theta$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තව දුරටත් $\lambda = 1$ ද l උපරිමයක් වන පරිදි θ තෝරා ගත්තේ ද නම් පැනීමේ දී ඔහු ළඟා වන වැඩිම උස ආසන්න වශයෙන් $\frac{l}{7}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

9. ස්වාභාවික දිග $a + b$ ද මාපාංකය λ ද වන AB ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර, සුමට සිරස් මේසයක් මත $a + b$ දුරක පරතරයක් ඇති ව සවි කර තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් P ලක්ෂ්‍යයේ දී තන්තුවට ඇදා ඇත්තේ අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතින විට $AP = a, PB = b$ වන පරිද්දෙනි. අංශුව, $AQ = a + c$ වන පරිදි ඇති Q ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. එහි $0 < c < b$.

එය, $\pi \sqrt{\frac{m}{\lambda}} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$ මුළු කාලයකට පසු ව $\frac{2c}{\sqrt{a}} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$ මුළු දුරක් ගමන් කර Q ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

10. A හා B යනු B ට ඉහළින් A ද ඒවා අතර c පරතරයක් ද තිබෙන සේ එක ම සිරස් රේඛාවේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිදහසේ වලනය විය හැකි C නම් බර, කුඩා මුදුවක් තුළින් යැවූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් එම ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර තිබෙයි. C මුදුව, ω නියත කෝණික වේගයක් ඇති ව AB මත කේන්ද්‍රය පිහිටන සිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරන විට A හිත් B හිත් සිට C ට දුර පිළිවෙළින් b හා a වෙයි. $b > a$ බවත් ω^2 යන්න

$$(\cos A - \cos B)\, \omega^2 = g \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

මඟින් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න. මෙහි A හා B මඟින් පිළිවෙළින් $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ දක්වනු ලැබෙයි. තව දුරටත්

$$\omega^2 = \frac{2gc}{b - a} \cdot \frac{a + b}{\{(a + b)^2 - c^2\}}$$

බව පෙන්වීමට ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා කෝසයින් සූත්‍රය භාවිත කරන්න.

11. දිග a වන OP ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකට ගැට ගසා ඇති ස්කන්ධය m වන P අංශුවක්, තන්තුව ඇදී පවතිමින්, කේන්ද්‍රය O වන පූර්ණ සිරස් වෘත්තයක ඉහළම ලක්ෂ්‍යය වෙයි. පහළ ම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය V නම් OP රේඛාව යටි සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ T ආතතිය

$$T = \frac{m}{a} [V^2 - 2ag + 3ag \cos \theta]$$

යන්නෙන් ලැබෙන බවත් $V^2 > 5ag$ බවත් පෙන්වන්න.

තව ද, ඉහළ ම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය $\frac{V}{2}$ නම් V නිර්ණය කර P අංශුව පහළ ම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් ඉහළ ම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් අනුපාතය 19 : 1 බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය M ද දිග a ද වන OA ඒකාකාර දණ්ඩක, O කෙළවර හරහා දණ්ඩට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය $\frac{1}{3} Ma^2$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ, O අචල කෙළවර වටා ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් සුමට සිරස් මේසයක් මත වෘත්ත සලකුණු කරයි. O සිට b දුරක තිබෙන m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් දණ්ඩ හා ගැටී දණ්ඩ තුළට කාවදියි. එවිට කෝණික ප්‍රවේගය

$$\frac{Ma^2 \omega}{Ma^2 + 3mb^2}$$ ෙසක්

අඩු වන බව පෙන්වන්න.

$Ma^2 = 3mb^2$ නම් ගැටුම නිසා සිදු වන වැලක ශක්තියේ හානිය $\frac{1}{12} Ma^2\omega^2$ බව පෙන්වන්න.