සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02
S | II

පැය තුනයි/*Three hours*
ලියන්න යෙදෙන ලද සම්ප්‍රශ්න පිළිතුරු පමණක්.

1. (අ) λ අදිශයක් සහ $\mathfrak{a}$ සහ $\mathfrak{b}$ දෛශික දෙකක් දී ඇතිවිට,
මෙවායේ අර්ථ දක්වන්න.

(i) $\mathfrak{a} + \mathfrak{b}$ (ii) $\mathfrak{a} - \mathfrak{b}$ (iii) $\lambda\,\mathfrak{a}$

(ආ) BC, CA, AB පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ $\frac{BP}{BC} = \frac{CQ}{CA} = \frac{AR}{AB} = \lambda$ වන පරිදි ය. මෙහි λ යනු ඒකක නොවන අදිශයකි.

$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CR} = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ඉ) $OABCDE$ යනු සවිසි සඵදුරයකි. O අනුබද්ධයෙන් A වලත් B වලත් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathfrak{a}$ සහ $\mathfrak{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C, D, E ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

2. $\mathfrak{a}$ සහ $\mathfrak{b}$ යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශූන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික දෙකකි. $\alpha\,\mathfrak{a} + \beta\,\mathfrak{b} = 0$ යන්නෙහි පවතින්නෙහි $\alpha = 0$ සහ $\beta = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයකි. $\overrightarrow{OA} = \mathfrak{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \mathfrak{b}$ ද වේ. AOB කෝණයේ අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකයට OAB කෝණයේ බාහිර සමච්ඡේදකය P හි දී හමුවෙයි.

$$a = |\mathfrak{a}|,\ b = |\mathfrak{b}| \text{ සහ } c = |\mathfrak{a} - \mathfrak{b}|$$

ලෙස දී ඇතිවිට,

$$\overrightarrow{OP} = \lambda\left(\frac{\mathfrak{a}}{a} + \frac{\mathfrak{b}}{b}\right) = \mathfrak{a} + \mu\left(\frac{\mathfrak{a}}{a} + \frac{\mathfrak{b} - \mathfrak{a}}{c}\right)$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ. λ, μ නිර්ණය කොට ඒ නයින් OBA කෝණය BP මගින් බාහිර ව සමච්ඡේදනය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.

3. (අ) දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය යන්නෙහි අර්ථ දක්වන්න. මෙම ගුණිතය ශූන්‍යයට සමාන විය හැක්කේ කුමන අවස්ථාවේ ද?

(ආ) ABC ත්‍රිකෝණයෙක A, B ශීර්ෂවල සිට සම්මුඛ පාදවලට අඳින ලද ලම්බ O හි දී එකිනෙකට හමුවෙයි. CO රේඛාව AB ව ලම්බ බව දෛශික භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

(ඉ) $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$, යනුවෙන් දක්වෙන අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ දෛශික පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ මගින් නිරූපණය කෙරෙයි.

$\overrightarrow{OD} = \lambda(\mathfrak{i} + \mathfrak{j} + \mathfrak{k})$ යන්නෙන් දක්වෙන දෛශිකය ABC තලයට ලම්බ බව පෙන්වන්න. D ලක්ෂ්‍යය ABC තලය මත පිහිටන්නේ λ වල කිනම් අගයකට ද?

4. (X_r, Y_r) බල පද්ධතියක් (x_r, y_r) ලක්‍ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි. මෙහි $r = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n$. $P(x, y)$ ලක්‍ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ සූර්ණය M,

$$M = G - Yx + Xy$$ යනුවෙන් දක්වෙන

බව පෙන්වන්න.

මෙහි $$X = \sum_{r=1}^{n} X_r \quad , \quad Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r \quad \text{හා} \quad G = \sum_{r=1}^{n} (x_r Y_r - y_r X_r)$$ වෙයි.

$A(a, 0)$ හා $B(0, -a)$ ලක්‍ෂ්‍ය වටා පද්ධතියේ සූර්ණය පිළිවෙලින් λG හා $-\lambda G$ වෙයි. මෙහි $G \neq 0$. මෙම පද්ධතිය සඳහා X හා Y එකවිට අනුරුද්ධත් විය හැකි බවත්, පද්ධතිය,

$(1 - \lambda)x - (1 + \lambda)y - a = 0$ රේඛාව ඔස්සේ තනි බලයකට ඌෂ්ණය වන බවත් පෙන්වන්න.
මෙම රේඛාව අවල ලක්‍ෂ්‍යයක් හරහා යන බව අපෝහනය කොට එම ලක්‍ෂ්‍යයේ බැම්බාංක සොයන්න.

5. $2l$ දිගැති AOQ තන්තුවක් මඟින් O සුමට භාදත්තකින් $2a$ දිගැති W බර ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එල්ලා ඇත. තන්තුවෙ එක් කෙළවරක් දණ්ඩෙහි A ට ඇටගසා අනෙක් කෙළවර Q නම් කුඩා ලුහු සුමට මුදුවකට ඇදා ඒ මෙන අතර මුදුව දණ්ඩ දිගේ සර්පණය වෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව තිබෙයි. Q මුදුවෙන් AB දණ්ඩෙන් සමකුලිතතාව සැළකීමෙන් පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

(i) තන්තුවෙ කෙලින් පිහිටි එක් එක් කොටස තිරසට θ කෝණයෙකින් ආනත බව

(ii) තන්තුවෙ ආතතිය $\frac{1}{2}W \sec\theta$ බව.

(iii) θ කෝණය $a\cos^3\theta = l\sin\theta$ යනුවෙන් දක්වීය හැකි බව.

6. එක එකෙහි බර W වන AB, BC, CD, DE, EA නම් එක සමාන ඒකාකාර දඬු පහකින් $ABCDE$ රූපී සැකිල්ලක් සාදෙන පරිදි දඬුවල A, B, C, D, E කෙළවරයන්ගේ දී සුවල ලෙස අසව් කර තිබෙයි. AB දණ්ඩ තිරස් තලයක් මත තබා රූපී සැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටුවා තිබෙයි. BC හා AE දඬුවල මධ්‍ය ලක්‍ෂ්‍ය තන්තුවක් මඟින් ඇදා රූපී සැකිල්ලේ සවිඩි පංචාස්‍ර හැඩය පවත්වා ගැනේ.

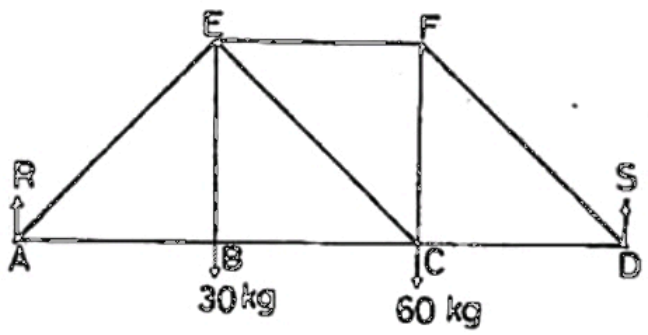
(i) D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{1}{2}W$ $\cot\frac{\pi}{5}$ බවත්

(ii) තන්තුවෙ ආතතිය

$$W\left[\cot\frac{\pi}{5} + 3\cot\frac{2\pi}{5}\right]$$ බවත්

ඔප්පු කරන්න.

7.



රූපයෙන් දක්වෙන්නේ A, B, C, D, E, F වල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු නවයකින් සෑදී රූපී සැකිල්ලකි. $ABCD$ තිරස් වන අතර $AB = BC = CD = BE = CF$ හා $A\hat{B}E = D\hat{C}F = 90°$ වේ. B හි දින් C හි දින් පිළිවෙලින් 30 kg හා 60 kg වන සිරස් භාර දෙකක් රූපී සැකිල්ල උසුලයි. A හා D ආධාරකවල දී ඇති R හා S තිරස් බල මඟින් එය පිහිටුවා ඇත. R හා S සොයන්න.

ප්‍රතාබල රූප සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬුවල ප්‍රතාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිර්ණය කරන්න.

8. a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක් හා රළු සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් නිශ්චලතාවෙ තිබෙයි. ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යයෙන් ඇදෙකැඳි මි සර්පණ සංගුණකය μ වේ. අර්ධ ගෝලය ලිස්සා යාමට ආසන්නම අවස්ථාවෙ තිබෙයි නම්, මෙමගි මූල ත්‍රාසක්‍රියාවත්, බිත්තියෙහි මූල ත්‍රාසක්‍රියාවත් බිත්තියේ සිට

$$\frac{a(1-\mu)}{1+\mu^2}$$

දුරෙකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යක දී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

කල ආධාරකය සිරසට α කෝණයෙකින් ආනතව පිහිටන්නේ

$$\sin\alpha = \left\{ \frac{3}{3} \frac{\mu(1+\mu)}{1+\mu^2} \right\}$$

බවත් පෙන්වා බව අපෝහනය කරන්න.

9. (i) a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර සහ අර්ධ ගෝලයකුත්

(ii) ආධාරකයේ අරය a ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර සහ ඝනවෘත්තයක්

ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම් සොයන්න.

එක එම ද්‍රව්‍යයෙන් සෑදී ඇතැයි උපකල්පනය කෙරෙහි සහ වස්තු දෙකේ තල ආධාරක සර්වසමක වී පාස්සා සංයුක්ත සනයක් සෑදෙන පරිදි සකස් කොට ඇත. දැන් මෙම සංයුක්ත ඝනය අවල සිරස් තලයක් මත තබනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයෙහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ කිසිදු ලක්ෂ්‍යයක් තලය සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් එයට සමතුලිතව පිහිටිය හැකි නම් $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

10. සාදයක දිග a වන $ABCD$ සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක් ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රව්‍යයක හිල්වා ඇත්තේ එහි තලය සිරස්ව ද AB දාරය නිදහස් පෘෂ්ඨයෙහි ද පිහිටන අන්දමට ය. ද්‍රව තෙරපුම් හා පිඩන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

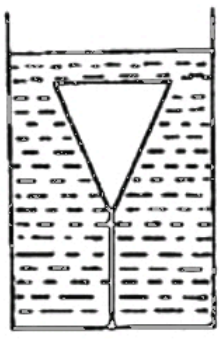
සාදයක දිග x වූස් එක් සාදයක් AB දිගේ පිහිටන්නා වූස් සමචතුරස්‍රාකාර කොටසක් ආස්තරයෙන් ඉවත් කළ විට ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ පිඩන කේන්ද්‍රයෙහි පැහැර සොයන්න.

x හි අගය කුමක් වුවත් මෙම පැහැර $\frac{5a}{9}$ නොඉක්මවන බව පෙන්වන්න.

11. සන අර්ධ ගෝලයක් සමපූර්ණයෙන් ම ජලයේ හිල්වා එහි තල ආධාරකය සිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් ආනතව ද පැවතියේ එක් ලක්ෂ්‍යයක් ජල පෘෂ්ඨයෙහි තිබෙන පරිදි ද පිහිටුවනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සමප්‍රයුක්ත තෙරපුම් සිරස සමඟ $\tan^{-1}(7/3)$ ක කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

දැන් වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සමප්‍රයුක්ත තෙරපුම් සිරස සමඟ $\tan^{-1}(5/3)$ ක කෝණයක් සාදන පෙක් අර්ධ ගෝලය ගුරුත්වය නොවන පරිදි h දුරක් ඔස්සේ පහත් කරනු ලැබේ. h ද අර්ධගෝලයේ අරය ද අතර අනුපාතය සොයන්න.

12.



උස h ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන සාමූ වෘත්තාකාර ඒකාකාර සන කේතුවක් සමපූර්ණයෙන් ම ද්‍රවයක හිල්වා ඇති අන්දම රූපයෙන් දක්වෙයි. ලුහු සිරස් තන්තුවක් මගින් කේතුවේ ශීර්ෂය භාජනයේ අඩියට ගැටගසා ඇත. කේතුවෙහි ද්‍රව්‍යයේ ඝනත්ව පිළිවෙලින් σ හා ρ වේයි. මෙහි $\sigma < \rho$. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

තන්තුව කැඩී ගියේ නම් අලුත් සමතුලිත පිහිටීමේ දී ද්‍රවයෙන් පිටත පිහිටන කේතු ඒන්නකයේ උස

$$h\left\{1-\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}$$ බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ — 1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special — 1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II
(02) Applied Mathematics II

02
S | III

පැය තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හතෙන්ම පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (i) අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

$$\frac{dy}{dx} = x^{-1} \sin y$$

(ii) $x - y = v$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 2}{x - y + 1}$$

(iii) $y = vx$ ආදේශය භාවිතයෙන් පහත දක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න. මෙහි v යනු x හි ශ්‍රිතයකි.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$$

විසඳුමෙන් නිරූපණය කෙරෙන්නේ වෘත්ත කුලකයක් බව පෙන්වන්න. මෙම වක්‍රවලට දළ සටහනක් අඳින්න.

2. තොඩනැඟිල්ලක ඇති සෝපානයක් එහි පළමු මහලේ සිට මීටර h උසෙකින් පිහිටි ඉහළ ම මාලයට නැඟෙයි. මෙම සඳහා මිනිදු විසා ගුරු කාලය තත්පර T වෙයි. සෝපානය පළමු තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ද ඊළඟ තත්පර $\frac{T}{3}$ තුළ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද අනෙක් අවසානාංශය ඒකාකාර මන්දනයෙන් නවතී. සෝපානයේ ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ත්වරණය = මන්දනය = $\frac{9h}{2T^2}$ බව තත්ව මීටර් කිහි පෙන්වන්න.

ස්කන්ධය m වූ කාසියක් සෝපානයේ තිබ මත තිබෙයි. සෝපානයේ වලිතයෙහි එක් එක් අවධියේ දී සෝපානයේ තිබෙන් කාසියත් අතර ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$h > \frac{2T^2g}{9}$ නම් කුමක් සිදුවේ ද?

3. m ස්කන්ධය සහිත ගලක් O නම් උස්තානයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ගලෙහි වලිතයට වාතයේ ප්‍රතිරෝධය mkv බලයකට සමාන ය. මෙහි v යනු ගලේ ප්‍රවේගය වන අතර k යනු නියතයකි. O ට ඉහළින් ගලේ උපරිම උස h.

$$h = \frac{1}{k}\left[u - \frac{g}{k} \log_e \left(1 + \frac{ku}{g}\right)\right]$$

යනුවෙන් දක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. ගල නැවත O වෙත ළඟා වන්නා වූ V වේගය

$$V + v = a \log_e \left(\frac{a + u}{a - V}\right)$$

සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = \frac{g}{k}$ වෙයි.

6. M ස්කන්ධය හා α ඝෝණය සහිත කුණාඩියක් යුමට තිරස් මෙසයක් මත තබා ඇත. තිරසට α ඝෝණයකින් අනත තලය දිගේ උඩු අතට m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. එය

$$\frac{2u(M+m\sin^2\alpha)}{(M+m)g\sin\alpha}$$

කාලයට පසු තලය මත මුල් ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන බව පෙන්වන්න. මෙම කාලය තුළ කුණාඩිය ගමන් කළ දුර සොයන්න. මෙසයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ගමන් මාර්ගය කුමක් ද?

8. ඔබේ විද්‍යාවේ හාවිත කෙරෙහා අන්දමට බලය, කාර්යය හා ජවය යන ඒකකවලට අදාළ නිර්වචනය, ස්ථලය හා ලොටය යන පදවල අර්ථ දක්වන්න.

පොම්පයක් මගින් විශාල වැවකින් ජලය පොම්ප කර වැව මට්ටමෙන් මිටර 100 ක උසෙකින් පිහිටි ජරුනයකට තත්පරයට මිටර 10 ක වේගයෙන් ජලය ලබා දෙයි. පොම්පයේ හරස්කඩය 2 cm අරයකින් යුත් වෘත්තයකි.

(අ) තත්පරයකට ලබා දෙන ජල ස්කන්ධය,

(ආ) එම ජල ස්කන්ධයේ වාලක ශක්තිය,

(ඉ) එම ජල ස්කන්ධයේ වැඩි වූ විභව ශක්ති ප්‍රමාණය,

සොයන්න.

පොම්පයේ කාර්යක්ෂමතාව 80% ක් වෙයි නම්, පොම්පය කිලෝවොට් 16.5 ක විද්‍යුත්වයකින් යුතු ව පැවැත්විය යුතු බව පෙන්වන්න.

($\pi = \frac{22}{7}$, $g = 10\ ms^{-2}$, ජලය හා මිටරයක් 1 000 kg ලෙස සැලකිය හැකි ය.)

9. පිළිවෙලින් S_1, S_2 නම් නැව් දෙකක පිහිටුම් දෛශික r_1, r_2, Oxy අක්ෂ කුලකයකට සාපේක්ෂව

$$r_1 = (\mathbf{i} + 4t)\mathbf{i} + 7t\mathbf{j}$$
$$r_2 = 6t\mathbf{i} + (\mathbf{i} + 8t)\mathbf{j}$$

යනුවෙන් දක්වෙයි. මෙහි t යනු පැයවලින් වූ කාලය වන අතර දුර මයිල්වලින් මිනුම් කැපලුම්වලිනි. මෙය සොයන්න.

(අ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි පිහිටුම් දෛශිකය,

(ආ) S_1 ට සාපේක්ෂව S_2 හි ප්‍රවේගය,

S_1 හා S_2 අතර කෙටිම දුර මිනුම් කැපැලුම් $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ බව පෙන්වන්න.

7. u ප්‍රවේගයක් සහිත ව වලනය වන A නම් ගෝලයක් නිශ්චලතාවේ තිබෙන B නම් සමාන ගෝලයක ගැටෙයි. A හා B ගෝලවල කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව u හි දිශාවට ϕ කෝණයකින් ආනත වෙයි. ගැටුමෙන් පසු A ගෝලයේ වලිතයෙහි දිශාව u හි දිශාව සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

$(1-e)\cot\phi = 2\cot(\theta+\phi)$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වෙයි.

ගෝල ගේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ නම් $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ බව අපෝහනය කොට වාලක ශක්ති හානිය සොයන්න. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

8. m ස්කන්ධයෙන් යුතු P අංශුවක් $m\omega^2 x$ බලයක් මගින් O ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට ආකර්ෂණය වෙයි. මෙහි $OP = x$ ද ω යනු නියතයක් ද වෙයි. කාලය $t = 0$ හිදී O සිට a දුරකින් පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයක දී අංශුව නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ.

$x = a\cos\omega t$ බවත්,

P හි ප්‍රවේගය වන v දක්වෙන්නේ, $v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$ යනුවෙන් බවත් පෙන්වන්න.

O ලක්ෂ්‍යයෙහි නිශ්චලතාවේ ඇති $2m$ ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් සමඟ P අංශුව ගැටෙයි. අංශු දෙක හාවී $3m$ ස්කන්ධයැති සංයුත වස්තුව $3m\omega^2 x$ බලයට හාජනය වෙයි. අලුත් වලිතයෙහි විස්තාරය හා එහි කාලාවර්තය සොයන්න.

9. තිරසට θ කෝණයෙකින් u ප්‍රවේගයක් සහිත ව O ලක්ෂ්‍යයෙක දී අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. අංශුවේ පෙතෙහි වන P ලක්ෂ්‍යක් පිහිටන්නේ OP රේඛාව තිරසට α කෝණයෙකින් ආනත වන අන්දමට ය.

$$OP = \frac{2u^2}{g}\frac{\sin\theta\cos(\alpha+\theta)}{\cos^2\alpha}$$ බව පෙන්වන්න.

α අචල ව පිහිටියි නම් OP විශාලතම වන්නේ

$\theta = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ විට බව පෙන්වා

α වල වෙනස් වෙනස් අගයන් සඳහා P හි පථය සොයන්න.

10. m ස්කන්ධයැති P අංශුවක් කේන්ද්‍රයේ දිනාවට එල්ල වූ $m\omega^2\overrightarrow{PO}$ බලයකට යටත්ය වෙයි. සඳහා දැක්වෙන වලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$
$$\ddot{y} = -\omega^2 y$$

මෙහි Oxy අක්ෂ කුලකයකට අනුබද්ධයෙන් $P \equiv (x, y)$. P අංශුව $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $(0, b)$ දක්වාත්‍ය සඳහා වූ ප්‍රක්ෂේපය ගෙනෙ. P හි පෙන ඉලිප්සයක් බව පෙන්වන්න.

(i) ඉලිප්සිය පෙන සම්පූර්ණ කිරීමට P ට යන විය හැකි කාලයක්,

(ii) $v > a\omega$ නම්, P හි උපරිම වේගයක් සොයන්න.

11. (අ) කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අවල සෝලයක් තිරස්තලයක් මත තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් නිශ්චලතාවේ සිට සෝලයේ ඇතුළත පැත්තේ ගමන් කිරීමෙන් බිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරෙයි. OP රේඛාව උඩු තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}(1 - \cos\theta)$$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රතික්‍රියාව R නොයා, $\theta = \cos^{-1}(\frac{1}{3})$ විට අංශුව සෝලයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න.

(ආ) අඩ තිරස් කෝණය α වූ කුහර කේතුවක් එහි අක්ෂය තිරස් වන සේ හා ශීර්ෂය පහතට හැරෙන පරිදි කඩා ඇත. කේතුවේ සුමට අභ්‍යන්තර පාර්ශ්වය මත අංශුවක් u වේගය සහිතව අරය a වූ තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{ag}{u^2}\right)$$

බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය m හා දිග $2a$ වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් මෙසයක් ස්පර්ශ කරමින් තිරස් තිබීමක නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. මෙම තිබීමේ සිට දණ්ඩ දැන් තිරුවෙන් විස්ථාපනය කෙරේ. දණ්ඩ A හිදී ලිස්සා නොයන බව උපකල්පනය කොට කෝණික ප්‍රවේගය $\dot{\theta}$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1 - \cos\theta)$$

යන්නෙන් දැක්වෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය වෙයි.

R අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mg}{4}(3\cos\theta - 1)^2$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ මෙසයෙන් ඉවතට යයි ද?